

ETUDE MECANIQUE DE LA VALVE  
AORTIQUE PAR MODELISATION  
NUMERIQUE 3D  
Rapport de DEA

Tahar CHERIGUI

29 juin 2005

# Remerciements

La présente étude a été réalisée au sein du Laboratoire de Modélisation en Mécanique associé au CNRS et à l'Université Pierre et Marie Curie, ParisVI dans le cadre d'une collaboration avec le service de chirurgie cardiovasculaire et thoracique CHU Pitié Salpêtrière, Paris 13.

Tout d'abord, je souhaite remercier Monsieur P. Y. Lagrée mon encadreur. Qu'il veuille bien trouver ici le témoignage de ma sincère reconnaissance pour sa disponibilité, son aide, ses conseils fructueux et sa grande patience tout au long de mon stage.

A Monsieur M. Karouia Ingénieur, (service de chirurgie cardiovasculaire et thoracique) pour m'avoir proposé ce sujet, et sa précieuse aide.

A Monsieur M. Aazami Chirurgien, (service de chirurgie cardiovasculaire et thoracique) pour sa contribution à la réalisation de ce travail et sa disponibilité tout au long de mon stage.

Je remercie M. J. Frelat qui a toujours été présent pour répondre à mes questions et pour sa contribution à la réalisation de ce travail, je tiens à témoigner ici ma profonde reconnaissance.

Je tiens à remercier Monsieur C. Ribreau qui m'a donné la chance en acceptant ma demande d'inscription pour préparer ce DEA après les délais réglementaires. Ces remerciements s'adressent à M. Thiriet pour m'avoir prêté un Macintosh qui m'a été très utile. Enfin, je n'oublie pas les thésards pour leur aide et l'ensemble du personnel administratif de m'avoir accepté au sein du laboratoire et à tous ceux qui, d'une manière ou d'une autre, ont joué un rôle dans ce travail.

# Sommaire

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Le cœur et la circulation sanguine</b>	<b>5</b>
2.1	Généralités . . . . .	5
2.2	La valve aortique . . . . .	7
2.3	propriétés . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Simulation d'un modèle simple</b>	<b>10</b>
3.1	Introduction . . . . .	10
3.2	Modèle masses ressorts . . . . .	11
3.3	Aspect géométrique . . . . .	11
3.4	Aspect mécanique . . . . .	12
3.5	Aspect hydrodynamique . . . . .	12
3.6	Résolution numérique . . . . .	13
3.6.1	Objectifs . . . . .	13
3.6.2	Calcul numérique . . . . .	14
3.6.3	Interprétations . . . . .	14
3.6.4	Conclusion . . . . .	15
3.6.5	Calcul analytique . . . . .	15
3.7	Conclusion . . . . .	15
<b>4</b>	<b>Résolution par la MEF sous Castem</b>	<b>17</b>
4.1	Introduction . . . . .	17
4.2	Modélisation de la valve . . . . .	17
4.3	Modélisation de la valve en mode axisymétrique . . . . .	18
4.3.1	Modèle en solide . . . . .	18
4.3.2	Modèle en coque . . . . .	19
4.3.3	Conclusion . . . . .	20
4.4	Modélisation de la valve en mode plan . . . . .	21
4.4.1	Modèle en coque . . . . .	21



4.4.2	Influence de la forme géométrique des sinus sur l'ouverture de la valve aortique . . . . .	22
4.5	Modélisation du fluide . . . . .	23
4.6	Conclusion . . . . .	24
<b>5</b>	<b>Calcul numérique sous un logiciel de CAO Catia V5</b>	<b>25</b>
5.1	Présentation du logiciel CatiaV5 . . . . .	25
5.2	Objectifs de ce calcul . . . . .	25
5.3	Calcul sous Catia V5 . . . . .	26
5.4	Calcul sous Castem . . . . .	27
5.5	Résultats et interprétations . . . . .	28

# Chapitre 1

## Introduction

La simulation numérique, au cours des dernières décennies, a été tributaire de développement de plusieurs modèles structuraux numériques qui retracent le comportement de la valve aortique, en ignorant son interaction avec le sang, par exemple voir Black (1991); Krucinski (1993); De Hart (1998) et Cacciola (2000)[7]. L'ouverture et la fermeture de la valve aortique pendant la systole implique, cependant, une interaction forte entre le sang et le tissu environnant. Plusieurs tentatives ont été faites pour analyser le comportement de la valve en utilisant les modèles numériques d'interactions de structure-fluide, par exemple McQueen (1995); Makhijani (1997)[7].

Des modèles numériques d'interactions structure-fluide ont été développés permettant d'étudier ces interactions. La structure est déformée sous l'effet de l'écoulement du sang qui à son tour est perturbé par la nouvelle forme de la structure déformée.

L'objectif de ce travail est de présenter une méthode de calcul rapide de déformations de la valve, étudier son comportement aux grands déplacements et faire une simulation. Il s'agit donc de construire un modèle numérique.

La modélisation mécanique a par contre été réalisée sous deux logiciels de calcul et de conception. Pour la simulation, comme la plupart des auteurs, nous avons utilisé des modèles mécaniques extrêmement simples, basés sur les lois de l'élasticité linéaire. Or la plupart des résultats obtenus en biomécanique indiquent que les tissus biologiques se comportent selon des lois beaucoup plus complexes, incluant des effets non-linéaires et visco-élastiques importants. Il existe donc un besoin important en nouveaux algorithmes permettant la simulation de ces types de comportements dans des conditions de temps réel. Ce travail s'inscrit précisément dans cet objectif et propose une méthode permettant le calcul de déformations et de forces intégrant des lois mécaniques non-linéaires, avec une vitesse appropriée à des applications en temps réel.

# Chapitre 2

## Le cœur et la circulation sanguine

### 2.1 Généralités

La circulation sanguine assure la continuité des échanges au niveau des organes. Le sang circule à sens unique dans les vaisseaux : artères, veines, capillaires qui forment un système clos. La mise en mouvement du sang est principalement due à l'action du cœur qui joue le rôle d'une pompe avec une efficacité remarquable.

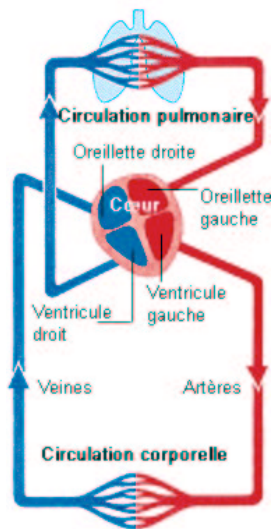


FIG. 2.1 – Système circulatoire



Le cœur peut battre plus de 100000 fois par jour et pomper plus de 8000 litres de sang.

Le sang oxygéné provenant des poumons alimente le cœur gauche avec une pression de  $100\text{mmHg}$ . Cette pression fournie au sang suffisamment d'énergie pour la circulation périphérique. Le cœur droit réceptionne le sang chargé en  $CO_2$  à une pression à peine supérieure à la pression atmosphérique et le fait circuler dans les poumons à une faible pression de 20 à  $30\text{mmHg}$ , où il se charge en oxygène et rejette le gaz carbonique produit par les réactions chimiques du métabolisme.

L'aorte est la grosse artère qui apporte du sang oxygéné à l'organisme se divise en artères, qui elles-mêmes se divisent en artérioles, de plus en plus fines, jusqu'aux capillaires, ces minuscules vaisseaux, alimentent les cellules de notre organisme, voir figure 2.1

La pression du sang diminue progressivement dans son chemin de l'aorte jusqu'aux capillaires, du fait de la résistance de l'écoulement qui augmente avec la diminution du diamètre des vaisseaux.

La vitesse de l'écoulement du sang diminue de façon significative dans les capillaires puis augmente dans les veinules et les veines, elle est proportionnelle à la section transversale des vaisseaux sanguins, voir tableau 2.3. [3]

La surface de section transversale des vaisseaux sanguins est la plus grande au niveau des capillaires où s'effectuent les échanges.

TAB. 2.1 – Tableau récapitulatif du volume, de la pression et de la vitesse linéaire du sang dans les différentes parties du système vasculaire de l'homme

Zone	Volume(ml)	Pression(mmHg)	Vitesse(mm/s)
Aortes	100	100	400
Artères	300	100 - 40	400 - 100
Artérioles	50	40 - 30	100 - 1
Capillaires	250	30 - 12	< 1
Veinules	300	12 - 10	< 3
Veines	2200	10 - 5	3 - 50
Veines caves	300	2	50 - 200



## 2.2 La valve aortique

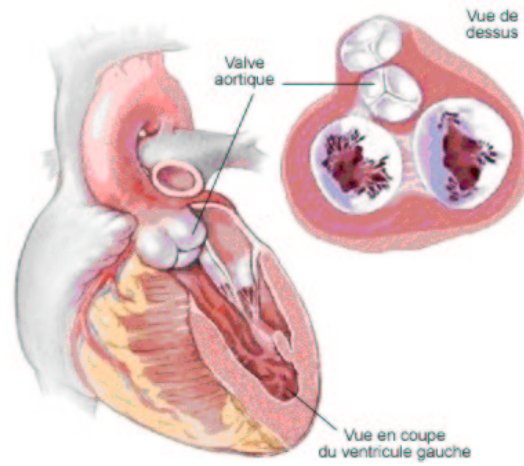


FIG. 2.2 – Shémas de la valve aortique

La valve aortique qui assure l'écoulement continu de sang du ventricule gauche dans l'aorte, est située à la sortie du ventricule gauche et constituée de trois feuillets semi-lunaires très flexibles qui sont attachés à la racine aortique par le point commissure, ces derniers s'emboîtent parfaitement lorsque la valve est fermée, voir figure 2.2

En systole le ventricule se contracte, la pression intra-ventriculaire dépasse la pression dans l'aorte ( $P_v > P_a$ ) ce qui ouvre la valve en permettant la sortie du sang, voir figure 2.3

En diastole le cœur se relâche, la pression diminue ( $P_v < P_a$ ) la valve se referme sans fuite pour empêcher tout flux sanguin vers le ventricule.

Le mécanisme de l'ouverture et la fermeture de la valve aortique est lié aux variations de pression entre les deux cavités.

Certaines malformations de la valve aortique peuvent gêner le fonctionnement du cœur, pendant la fermeture et l'ouverture, la valve devient incontinente et une fuite aortique (reflux de sang de l'aorte vers le ventricule) apparaît. A l'inverse, si la valve ne s'ouvre pas complètement, une petite quantité de sang ne peut pas sortir. On parle alors de rétrécissement.

Cela entraîne une surcharge de travail pour le cœur (ventricule gauche) qui doit assurer un débit suffisant pour l'organisme malgré la fuite. Cette surcharge peut parfois conduire à une insuffisance cardiaque.

Ces troubles peuvent obliger le remplacement de la valve défectueuse par une valve artificielle ou une valve provenant d'un cœur de porc.

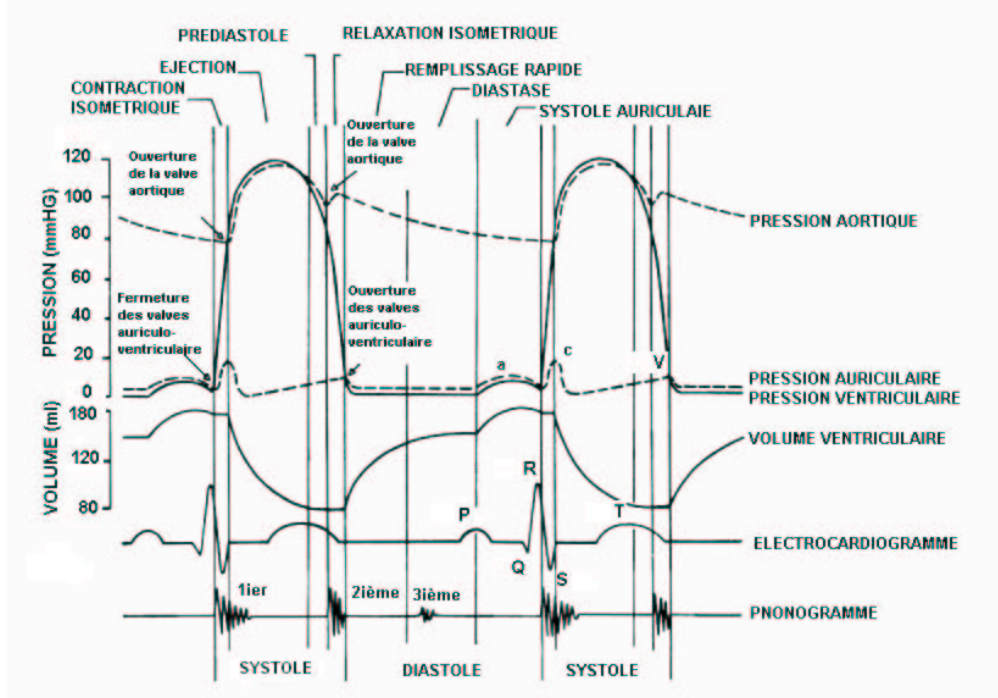


FIG. 2.3 – Cycle cardiaque

## 2.3 propriétés

Le tissu de la valve aortique est une structure élastique et linéaire, les propriétés mécaniques prises du modèle de Grande [2] ont été utilisées pour le mur aortique, voir tableau 2.3

TAB. 2.2 – Les épaisseurs utilisées pour les feuillets et la racine de la valve, prises du modèle de Grande.

Epaisseur (mm)	gauche et droit (mm)	sans coronaire (mm)
Bord d'attachement	1.16	0.155
Belly	0.18 - 0.58	0.18 - 0.58
Bord libre	1.53	1.96
Nodus of aranti	2.06	2.75



Par contre les feuillets sont trop raides pour s'ouvrir sous le chargement physiologique de pression ce qui explique son comportement non-linéaire, Thubrikar [2]. Les propriétés mécaniques, du tissu, utilisées dans le modèle élastique de Thubrikar, sont énumérées dans le tableau 2.3.

TAB. 2.3 – Propriétés mécaniques utilisées pour le tissu de la valve et la racine aortique, prises de l'étude par éléments finis du modèle de Thubrikar.

Propriété	Valve aortique	Racine aortique
Ecirc(KPa)	200,000	334,000
Erad(KPa)	200,000	-
Elong(KPa)	-	350,000
$\nu_{xy}$	0,450	0,450
$\nu_{zy}$	0,450	0,450
$\nu_{xz}$	0,450	0,429

Le module de Young et le coefficient de Poisson pour le mur et les feuillets aortiques ont été obtenus à partir de l'étude par éléments finis faite par Grande[2], voir tableau 2.3

TAB. 2.4 – Propriétés mécaniques utilisées pour le tissu des feuillets.

Propriété	Feuillet	Mur aortique
Epaisseur(mm)	0,500	1,000
Comportement	Isotropique	Isotropique
Module de Young(MPa)	0,900	6,000
Coefficient de Poisson	0,450	0,450

Pour le cylindre à paroi mince (rapport, rayon/épaisseur,  $> 10$ ) soumis à la pression interne, l'effort est uniforme à travers l'épaisseur  $e$ . Cet effort est dit effort de membrane, et dans la direction circulaire il est défini par la relation suivante [8] :

$$\sigma_m = \frac{p \cdot r}{e}. \quad (2.1)$$

Où  $p$  est la pression,  $r$  est le rayon du feuillet,  $e$  est l'épaisseur du feuillet.

# Chapitre 3

## Simulation d'un modèle simple

### 3.1 Introduction

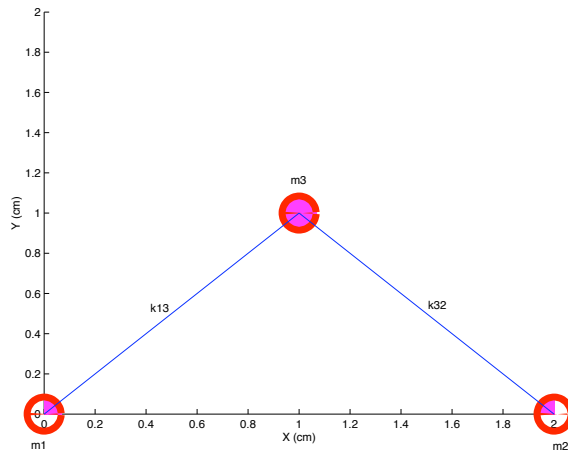


FIG. 3.1 – L'aspect géométrique du modèle simple masses ressorts. Le fluide coule de gauche à droite et la configuration est symétrique.

L'idée consiste à écrire un algorithme sous Matlab qui permet de simuler l'ensemble des composants tout en maintenant la cohérence de l'ensemble du modèle.

Le but de la simulation est de reproduire le comportement de la valve aortique, lors de son ouverture, en un modèle extrêmement simplifié et en temps réel à partir des lois de la physique. Au contraire de l'animation qui est une succession d'images virtuelles récupérées des résultats de simulation et qui donne l'illusion de la réalité.



## 3.2 Modèle masses ressorts

Le modèle masses ressorts est très répandu dans le domaine biomédical, il consiste à discrétiser la structure en un maillage surfacique et d'attribuer à chaque nœud de ce maillage une masse.

Les liens élastiques, représentés par des ressorts (voir figure 3.1), modélisent les interactions entre nœuds voisins sont régis par l'équation suivante :

$$\vec{f} = -kx\vec{v}. \quad (3.1)$$

Où  $k$  est la raideur du ressort lié au nœud  $i$ .

L'énergie potentielle élastique emmagasinée du système s'écrit :

$$U = \frac{1}{2} \sum k_i \Delta l_i^2. \quad (3.2)$$

Où  $\Delta l$  est l'allongement du ressort,  $k$  son coefficient de raideur.

Le travail fourni par la force extérieure  $\vec{F}$  qui s'applique sur un objet parcourant un trajet  $\vec{\delta u}$  est :

$$\delta W = \vec{F} \vec{\delta u}. \quad (3.3)$$

Le travail total fourni par la force  $\vec{F}$  s'écrit :

$$W = \int \vec{F} \vec{\delta u}. \quad (3.4)$$

## 3.3 Aspect géométrique

Le modèle de la valve a été simplifié, il est réduit en trois masses et deux ressorts. Les deux masses, liées aux deux extrémités des deux ressorts, sont bloquées, en translation et en rotation, par contre l'autre masse liée aux deux ressorts est libre, voir figure 2.3

Ce modèle est quasi bidimensionnel : nous supposons que l'écoulement traversant la valve aortique est constant dans la direction de  $\vec{o}z$  ceci signifie que notre système dépendra seulement de la position de  $x$  et  $y$ .

La valve aortique est composée de trois feuillets, symétriques et fortement flexibles, de longueur  $l$  et formant un angle  $\alpha$  avec l'axe  $\vec{o}x$ . Ces feuillets sont attachés à la racine d'un point commissure suivant une ligne doublement incurvée (anneau aortique) [7], comme illustré dans la figure 5.1

$$l = r_0 \cos \alpha. \quad (3.5)$$

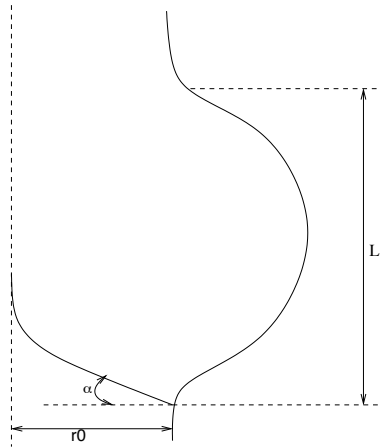


FIG. 3.2 – Les dimensions appropriées de la géométrie de la valve aortique.  $l$  longueur du feuillet,  $L$  longueur du sinus,  $r_0$  rayon de la valve,  $\alpha = 19^\circ$ .

### 3.4 Aspect mécanique

Lorsqu'un corps est déformé sous l'action de forces extérieures, il absorbe une énergie équivalente au travail fourni par ces forces. Cette relation peut s'écrire sous la forme suivante :

$$f(x, y) = U(x, y) + W(x, y). \quad (3.6)$$

Faire la simulation du mouvement des feuillets de la valve aortique, pendant leurs ouvertures, par le modèle masses ressorts nous ramène à écrire un programme numérique sous Matlab.

### 3.5 Aspect hydrodynamique

Le flux sanguin quitte le ventricule gauche avec une vitesse  $U_0$  et une pression intra-ventriculaire  $p_v$  qui dépasse la pression dans l'aorte  $p_a$ , appuyant sur les feuillets, cette différence de pression provoque l'ouverture de la valve. Le comportement de ce fluide peut être décrit par Bernoulli, l'énergie mécanique est exprimée par la relation suivante :

$$\frac{1}{2}\rho U^2 + p + \rho g z = cste. \quad (3.7)$$



Où  $p$  la pression,  $\rho gz$  la pression de la pesanteur,  $\frac{1}{2}\rho U^2$  la pression cinétique.  
La conservation du débit est donnée par la relation suivante :

$$U(x)S(x) = cste. \quad (3.8)$$

Où  $U$  est la vitesse du flux et  $S$  la section de la paroi.

La loi de la conservation de l'énergie mécanique et du débit volumique du fluide, nous permet d'écrire l'expression de la pression  $p(y)$  exercée sur les feuillets de la valve pour chaque déplacement  $Y$  :

$$\frac{1}{2}\rho U_0^2 + p_0 = \frac{1}{2}\rho U^2 + p. \quad (3.9)$$

Ce système bidimensionnel consiste à calculer la pression suivant une seule direction  $\vec{o}y$ , cette pression peut s'écrire sous la forme suivante :

$$p(y) = p_0 + \frac{1}{2}\rho U_0^2 - \frac{1}{2}\rho U_0^2 \left(1 - \left(\frac{S_0}{S}\right)^2\right). \quad (3.10)$$

$$p(y) = p_0 + \frac{1}{2}\rho U_0^2 \left(1 - \frac{H^4}{(H-y)^4}\right). \quad (3.11)$$

Où  $H = r_0$  est la distance entre l'axe de la valve et la racine du sinus de la valve.

Le travail fourni de la pression  $p(y)$  peut s'écrire sous la forme suivante :

$$W(y) = \left(p_0 + \frac{1}{2}\rho U_0^2\right)y - \frac{1}{2}\rho U_0^2 \frac{H^4}{3(H-y)^3}. \quad (3.12)$$

Après avoir écrit toutes les équations nécessaires pour notre modèle, nous avons développé un programme sous Matlab. Cet algorithme nous permet de calculer le minimum de l'énergie  $f(x, y)$  fournie pour chaque position d'équilibre de la masse  $m$ , il trace aussi la courbe de déplacement-force de pression à chaque instant  $t$ . La commande "fminsearch" sous Matlab calcule, à chaque instant  $t$ , le  $Min f(x, y)$  et donne la position correspondante  $Y$ .

$$Min f(x, y) = M_{(x,y) \in [0;2] \times [0;2]}. \quad (3.13)$$

## 3.6 Résolution numérique

### 3.6.1 Objectifs

Dans cette étude nous avons choisi Matlab, ce logiciel est largement utilisé aussi bien par les universitaires, que par les industriels, il est doté d'une



bibliothèque très variée de fonctions (Toolboxes) qui s'adapte à tous les types de problème. Le calcul consiste en l'étude de la valve simplifiée soumise à une force de pression imposée à ses feuillets, en négligeant l'interaction fluide-structure, en observant sa réponse.

### 3.6.2 Calcul numérique

En faisant varier la pression  $p_0$  et la vitesse  $U_0$  en fonction du temps  $t$ , le  $Minf(x, y)$  et la position d'équilibre correspondante  $Y$  sont calculés numériquement sous Matlab.

Ce programme calcule en même temps la force de pression  $p(y)$  du fluide exercée sur la masse  $m$  du nœud  $i$  pour chaque position  $Y$ .

L'énergie potentielle élastique du système s'écrit :

$$U = \frac{1}{2}k[(r_{13} - r_{130})^2 + (r_{32} - r_{320})^2]. \quad (3.14)$$

Le déplacement peut s'écrire sous cette forme :

$$r_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}. \quad (3.15)$$

Etat final des ressorts ( $k_{13}$  et  $k_{32}$ ) s'écrit :

$$r_{13} = \sqrt{x_3^2 + y_3^2}. \quad (3.16)$$

$$r_{32} = \sqrt{(x_3 - 2)^2 + y_3^2}. \quad (3.17)$$

Etat final des ressorts ( $k_{13}$  et  $k_{32}$ ) s'écrit :

$$r_{130} = \sqrt{X_{30}^2 + X_{03}^2}. \quad (3.18)$$

$$r_{320} = \sqrt{(X_{20} - X_{03})^2 + X_{03}^2}. \quad (3.19)$$

$$(3.20)$$

Avec  $X_{20} = 2$ ,  $X_{30} = X_{03} = 1$ .

### 3.6.3 Interprétations

Une animation de la déformation des ressorts et le déplacement de la masse  $m$  qui simule l'ouverture de la valve a été réalisée. Nous avons écrit les équations qui tracent la position initiale de notre système, le programme qui a été élaboré pour minimiser la fonction  $f$  trace en même temps, à chaque



instant  $t$ , la nouvelle position de la masse  $m$ . L'animation réalisée nous permet de bien voir l'instabilité du système. Dès que la masse  $m$  parcourt la moitié du chemin (de 1 à 0,5cm), les ressorts flambent.

### 3.6.4 Conclusion

La simulation nous permet de constater que la non-linéarité de ce modèle est due au raidissement des ressorts. Le système est instable, les ressorts flambent à la zone de  $Y \approx 0,5$  et le déplacement  $Y$  de la masse  $m$  ne peut pas atteindre la position maximale, proche de zéro, (l'ouverture maximale des feuillets). Nous avons essayé de faire varier les raideurs des ressorts, plus de temps est nécessaire pour peut être réussir à stabiliser le système. Pour cela nous avons procédé au calcul analytique.

### 3.6.5 Calcul analytique

Calculer analytiquement le minimum de la fonction  $f(x, y)$  c'est déterminer la position  $Y$  de la masse  $m$  où la dérivée de cette fonction soit nulle.

Cette position doit être proche de zéro, ce qui peut expliquer que la valve est ouverte au maximum.

En faisant varier la pression  $p_0$  et la vitesse  $U_0$  en fonction du temps  $t$ , un autre algorithme a été réalisé sous Matlab, il calcule  $Min f(x, y)$  et trace les courbes de déplacement  $Y$  et des vitesses  $U_0$  et  $U$ , à chaque instant  $t$ , qui sont représentées ci-dessus, voir figure 3.3.

La pression  $p(y)$ , exercée sur les feuillets de la valve aortique, est calculée par ce même algorithme et trace aussi sa courbe, voir figure.3.4.

## 3.7 Conclusion

Le calcul du modèle très simplifié de la valve nous permet d'observer :  
Le raidissement des ressorts lorsqu'on appuie de plus en plus fort sur la masse  $m$ .

La non-linéarité du système due au raidissement des ressorts.

Le flambage des ressorts à la zone de  $Y \approx 0,5$ .

On peut conclure que le système masses ressorts est instable.

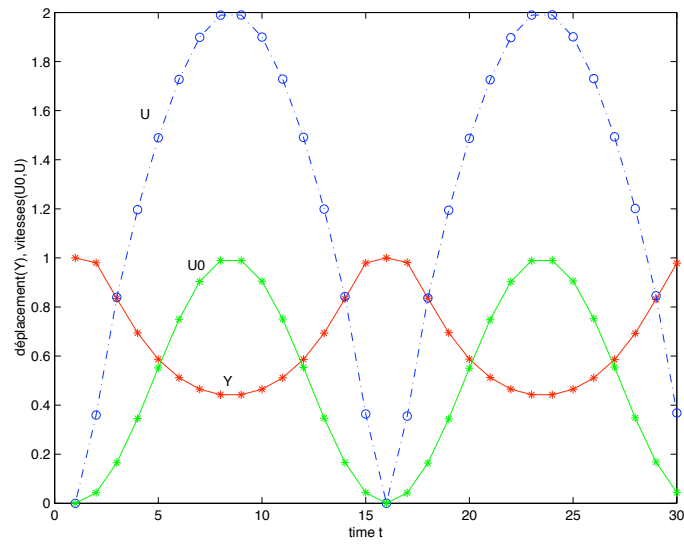


FIG. 3.3 – Courbes ( $Y$ ,  $U_0$  et  $U$ ) de formes sinusoïdales tracées à chaque instant  $t$ . En rouge : déplacements ( $Y$ ) de la masse  $m$  suivant l'axe  $\vec{\sigma}_y$ , en bleu : la vitesse d'entrée ( $U_0$ ) du fluide, en vert la vitesse  $U$  du fluide.

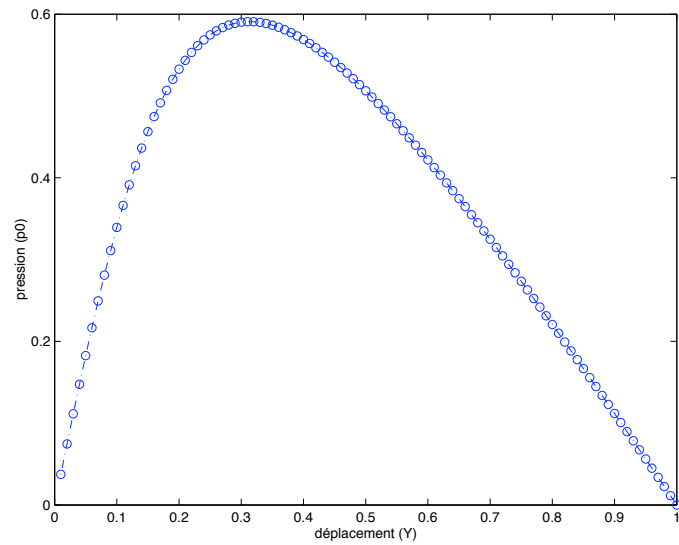


FIG. 3.4 – Courbe de pression-déplacement. On voit que l'évolution de la pression est linéaire, le système est stable au début, puis au fur et à mesure que l'on charge, le système devient de plus en plus rigide.

# Chapitre 4

## Résolution par la MEF sous Castem

### 4.1 Introduction

Les non-linéarités liées aux instabilités du comportement de la valve aortique qui se présentent dans l'analyse des problèmes statiques, ainsi les interactions structure-fluide font la difficulté de notre calcul.

Nous avons essayé d'aborder ce problème par la méthode des éléments finis pour comprendre le comportement linéaire et non-linéaire de la valve. Ce problème va être traité avec le code de calcul Castem. Le choix de ce logiciel est motivé pour ses performances pour résoudre des problèmes de type non-linéaire par la méthode des éléments finis.

### 4.2 Modélisation de la valve

La recherche bibliographique nous a permis de faire deux modèles de formes différentes :

Une forme exponentielle des sinus qui a été reprise par la plus part des études faites sur la valve et une autre forme circulaire, dans le but de voir l'influence de la forme des sinus aortiques sur l'ouverture des feuillets.

Nous avons réalisé plusieurs modèles en 2 et 3D (mode : plan et axisymétrique) en coque et en solide. Un autre modèle 3D réalisé et maillé sous un logiciel de conception (Catia V5), par contre le calcul a été fait sous Castem. Toutes les parties inférieures et supérieures de tous les modèles sont soumises aux mêmes conditions aux limites, c.à.d nous avons bloqué les rotations suivant l'axe  $\vec{o}z$  et les translations suivants l'axe  $\vec{o}y$ .



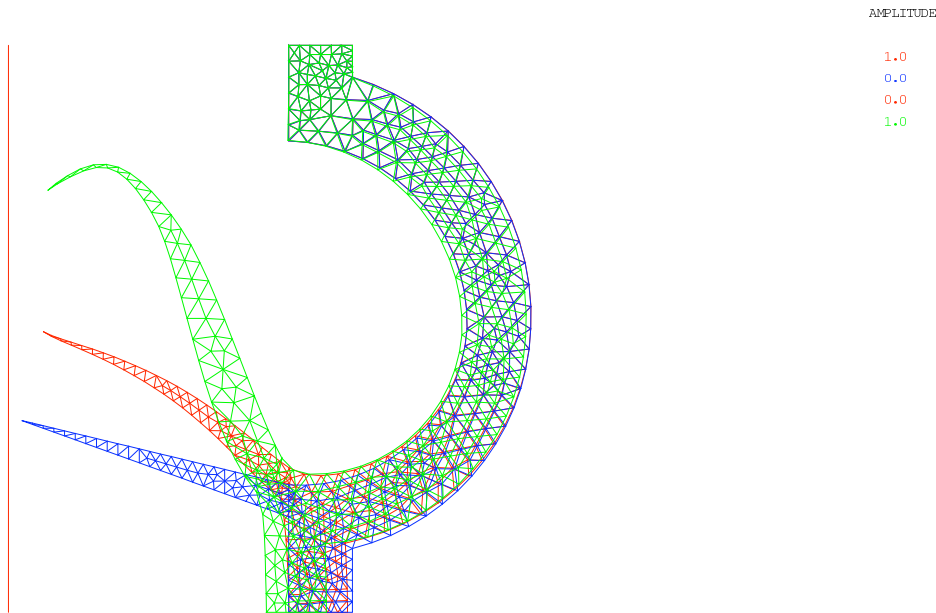
## 4.3 Modélisation de la valve en mode axisymétrique

### 4.3.1 Modèle en solide

Ce modèle de révolution par rapport à l'axe  $oz$ , dont la géométrie des sinus est circulaire, nous lui avons associé un maillage de type triangulaire à trois sommets. Deux matériaux différents constituent ce modèle :

Le matériau utilisé pour les feuillets est plus rigide par rapport à celui utilisé pour le mur aortique, les propriétés physiques des 2 matériaux sont énumérées dans les tableaux : 2.3 et 2.3.

Sur les feuillets et à la racine aortique de la valve nous avons appliqué une pression  $\Delta P = 10399 Pa/mm^2$  ( $78 mmHg$ ) qui est nettement supérieure au gradient de pression physiologique à la sortie du ventricule gauche. Nous avons représenté les déplacements linéaires, non-linéaires et la position fermée avec différentes couleurs, voir figure 4.1.



Cast3m2001 Education Recherche : GIBI FEBIT

FIG. 4.1 – Modèle de la valve en mode axisymétrique. En rouge : la déformation non-linéaire de la valve, en vert : la déformation linéaire de la valve et en bleu : la position initiale (valve fermée) pour un temps qui varie de  $t = 0$  à 1 seconde avec un pas  $i = 0,05$ .



## Résultats et interprétations

La pression appliquée à l'entrée de la valve a été augmenté progressivement jusqu'à une valeur de  $\Delta P = 10399 Pa/mm^2 (78 mmHg)$  qui est égale à la différence de pression physiologique à la sortie du ventricule gauche.

La figure 4.1 nous permet de voir les déformations linéaires et non-linéaires de la valve. Le cas linéaire est complètement incohérent, les feuillets s'allongent et prennent un volume le plus important à la racine aortique. Par contre dans le cas non-linéaire, nous pouvons constater que la valve ne s'ouvre pas complètement, les feuillets sont trop rigides ce qui explique leur petit déplacement.

### 4.3.2 Modèle en coque

Dans le cas précédent (modèle en solide) les feuillets sont trop rigides, afin de résoudre le problème de raidissement de ces feuillets, nous allons d'abord réalisé un modèle axisymétrique en coque.

Dans la suite de cette partie on garde les mêmes propriétés mécaniques du matériau, le même type de maillage et le même chargement qui est la pression imposée  $\Delta P = 10399 Pa/mm^2$ . L'épaisseur des sinus de la valve est :

$e = 1 mm$ , l'épaisseur moyenne des feuillets est :  $e_1 = 0,5 mm$  et les propriétés mécaniques du matériau de la valve sont énumérés dans le tableau 2.3.

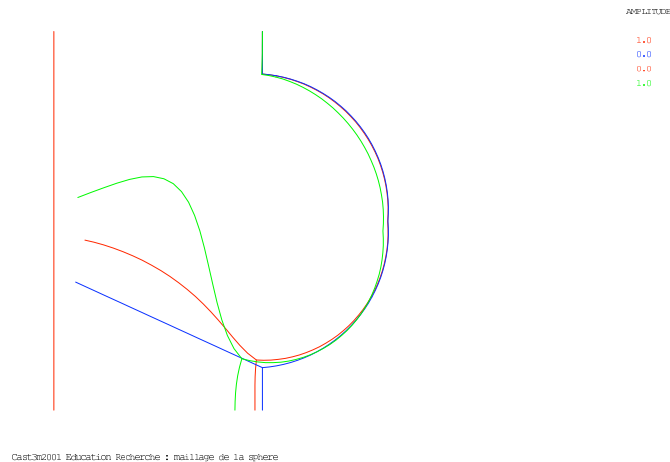


FIG. 4.2 – Modèle en Coque, en mode axisymétrique. En rouge : la déformation non-linéaire de la valve, en vert la déformation linéaire de la valve et en bleu : la position initiale (valve fermée) pour un temps qui varie de  $t = 0$  à 1 seconde avec un pas  $i = 0,05$ .



## Résultats et interprétations

D'après la figure 4.2 nous observons les mêmes déformations que dans le cas précédent (modèle en solide). Le cas linéaire est complètement incohérent, les feuillets s'allongent. Nous avons appliqué le même chargement en l'augmentant progressivement jusqu'à  $\Delta P = 10399 Pa/mm^2$  (78mmHg) qui est égale à la différence de pression physiologique à la sortie du ventricule gauche. Dans le cas non-linéaire, nous observons un petit déplacement des feuillets (petite ouverture de la valve) dû au raidissement de ces derniers.

### 4.3.3 Conclusion

Le calcul sous Castem des modèles, solide et coque, en mode axisymétrique nous permet de dire que le cas linéaire est complètement incohérent, par contre dans le cas non-linéaire nous observons un raidissement des feuillets de la valve aortique. Pour éviter ce genre de problème, nous nous intéresserons uniquement aux déplacements non-linéaires du modèle en coque et en mode plan (2D).



## 4.4 Modélisation de la valve en mode plan

### 4.4.1 Modèle en coque

Pour ce modèle en coque, la forme géométrique des sinus aortiques est circulaire. Les mêmes propriétés mécaniques et de chargement  $\Delta P$  sont appliqués sur ce modèle.

Nous allons procéder au calcul, non-linéaires en grands déplacements, de la valve en mode plan  $2D$  sous le code Castem.

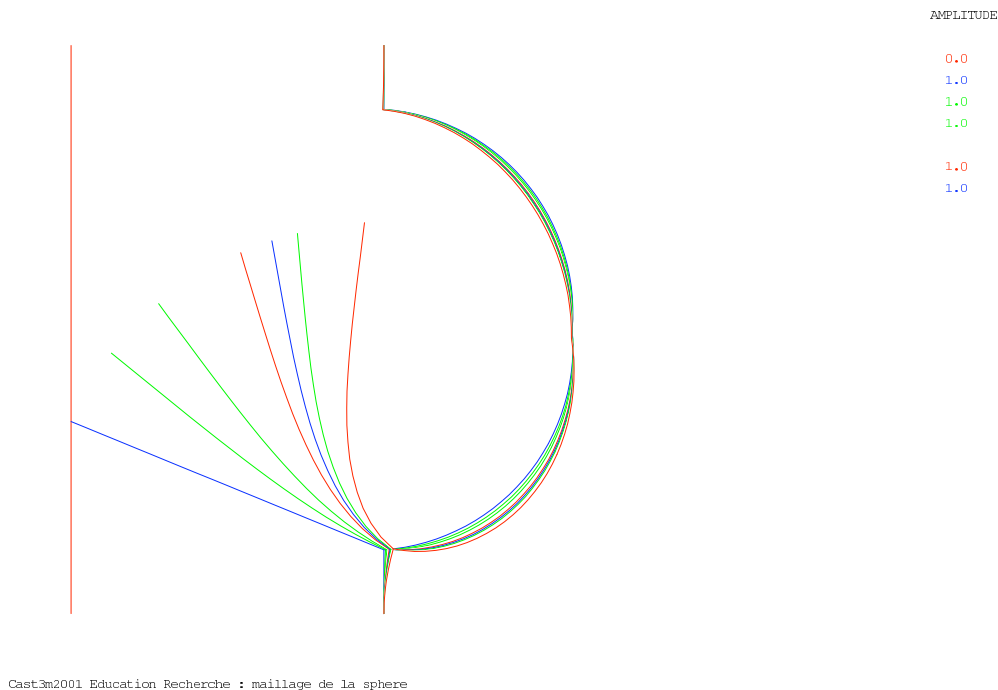


FIG. 4.3 – Modèle en Coque, en mode Plan, la géométrie des sinus est circulaire. Le Calcul sous Castem trace la position des feuillets, à chaque instant  $t$ , jusqu'à l'ouverture maximale de la valve.

## Résultats et interprétations

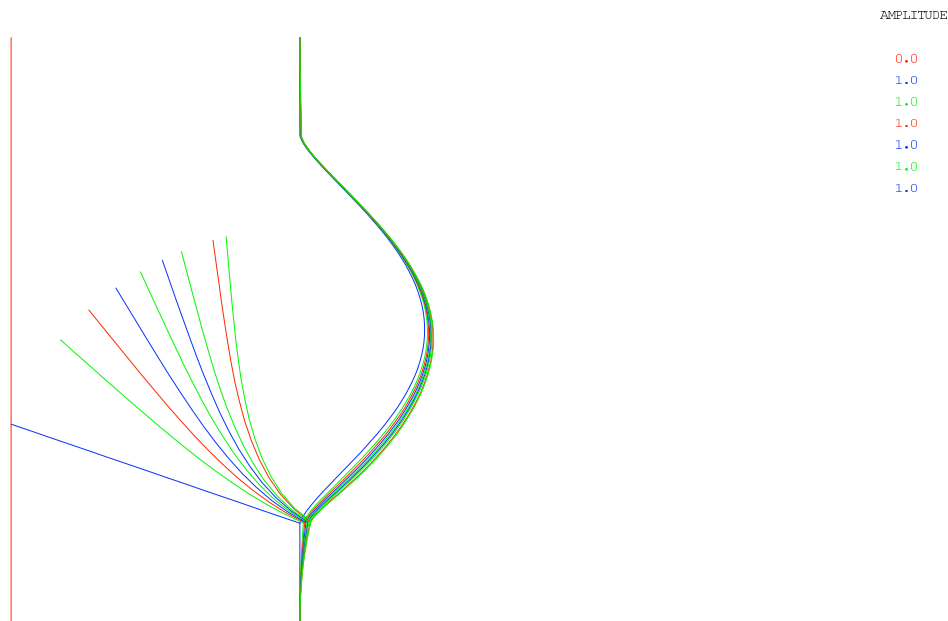
Les résultats représentés par la figure 4.3, ils montrent le déplacement des feuillets depuis la position initiale de couleur bleu (valve fermée) jusqu'à la position finale de couleur rouge (valve ouverte), à chaque itération du temps ( $t = 0$  à 1 seconde avec un pas  $i = 0,05$ ).

Avec ce modèle, les feuillets s'ouvrent au maximum.



### 4.4.2 Influence de la forme géométrique des sinus sur l'ouverture de la valve aortique

Le but de ce calcul est de voir l'influence de la forme géométrique des sinus sur le comportement de la valve pendant son ouverture. Ce modèle est soumis aux mêmes conditions aux limites, nous avons utilisé les mêmes propriétés mécaniques que dans le cas précédent. Par contre nous avons remplacé la géométrie circulaire des sinus par une géométrie exponentielle (ovale), voir figure 4.4.



Cast.3m2001 Education Recherche : coque sous un chargement.

FIG. 4.4 – Modèle en coque, en mode plan (2D) avec une forme ovale des sinus. Le Calcul sous Castem trace la position des feuillets, à chaque instant  $t$ , jusqu'à l'ouverture maximale de la valve.

## Résultats et interprétations

Les déplacements des feuillets, depuis la position initiale (valve fermée) de couleur bleu jusqu'à la position finale (valve ouverte) de couleur rouge, sont représentés par la figure 4.4.

Cette figure retrace ainsi l'ouverture progressive de la valve et donne, à chaque itération du temps avec un pas  $i = 0.05$ , la position correspondante

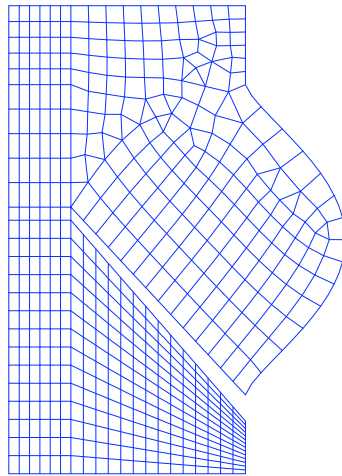


des feuillets jusqu'à la position finale de couleur verte.

Nous pouvons observer que l'ouverture de la valve est moins importante par rapport à l'ouverture de la valve dont la géométrie des sinus est circulaire, les feuillets sont plus rigides. On peut déduire que la forme des sinus peut influencer le comportement de la valve.

## 4.5 Modélisation du fluide

La compréhension du comportement du fluide est bien souvent un facteur important dans le développement de produits et de process. La simulation de l'écoulement du sang, un fluide visqueux incompressible et non newtonien (toute fois la question reste posée au centre de la conduite), dans la valve aortique, est réalisée à l'aide du logiciel Castem.



Cast3m2001 Education Recherche : GIBI FECIT

FIG. 4.5 – Maillage du fluide sous Castem. Comme l'écoulement est laminaire, les mailles sont ordonnées dans le sens de l'axe  $oz$ , par contre dans les sinus aortiques, la présence des tourbillons sont représentés par des mailles désordonnées.



Parmi les modèles qui permettent de décrire correctement ce comportement il convient d'en retenir deux.

Le premier proposé par Quémada (1997, 1978) prend en compte la dépendance de la viscosité en fonction de la vitesse de cisaillement mais aussi de la concentration [5]. Il peut s'écrire :

$$\mu = \mu_p \left[ 1 - \frac{\phi k_0 (\dot{\gamma}_c)^{1/2} + k_\infty |\dot{\gamma}|^{1/2}}{2 ((\dot{\gamma}_c)^{1/2} + |\dot{\gamma}|^{1/2})} \right]^{-2}. \quad (4.1)$$

Où  $\mu_p$  est la viscosité dynamique du plasma sanguin (milieu suspendant),  $\Phi$  est la fraction volumique des particules en suspension (globules rouges),  $k_0$  et  $k_\infty$  sont deux paramètres qui peuvent être reliés aux valeurs de la viscosité à faible et forte vitesse de cisaillement par la relation :

$$\mu_{0,\infty} = \left[ 1 - \frac{k_{0,\infty} \Phi}{2} \right]^{-2}. \quad (4.2)$$

conduisant alors à la relation :

$$\mu^{-1/2} = \frac{\mu_0^{-1/2} + (\mu_\infty \frac{\dot{\gamma}_c}{\dot{\gamma}})^{-1/2}}{1 + (\frac{\dot{\gamma}_c}{\dot{\gamma}})^{-1/2}}. \quad (4.3)$$

On peut utiliser également le modèle de Cross (Cross 1965), qui propose une relation simple pour la viscosité qui s'écrit :

$$\mu = \mu_\infty + \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{1 + (\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_c})^p} \quad (4.4)$$

Les équations du modèle considéré ici sont des équations simplifiées de Bernoulli appliquées pour un écoulement de Poiseuille bidimensionnel. Pour un écoulement laminaire du sang de viscosité  $\mu$ , d'une différence de pression  $\delta p$  et d'une vitesse moyenne  $w_r$  à l'entrée de la valve, le débit totale du fluide est donné par la formule de Poiseuille :

$$Q = \int_0^r \int_0^{2\pi} w(r) r dr d\theta = \frac{\Delta p \pi r_0^4}{8L\mu}. \quad (4.5)$$

La résistance à l'écoulement :

$$R = \frac{8\mu L}{\pi r^4} \quad (4.6)$$

## 4.6 Conclusion

Un programme a été réalisé, sous le code Castem, pour modéliser le fluide (sang) qui traverse la valve aortique. Ce code n'a réalisé que le maillage, voir figure 4.5.

# Chapitre 5

## Calcul numérique sous un logiciel de CAO Catia V5

### 5.1 Présentation du logiciel CatiaV5

Catia V5 est un logiciel de CFAO (Conception et Fabrication Assistée par Ordinateur), conçu par Dassault Systèmes et commercialisé par IBM. Il est très utilisé en aéronautique et en automobile. Constitué de plusieurs ateliers, il permet de faire : les dessins en 3D, le calcul statique et dynamique des structures par éléments finis, animation cinématique et simulation des contraintes, prototypage rapide et maquettes numériques, etc...

### 5.2 Objectifs de ce calcul

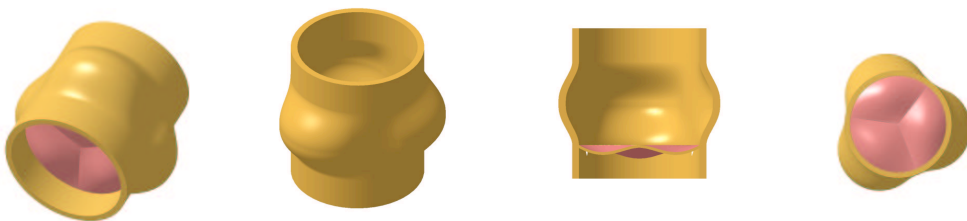


FIG. 5.1 – Modèles 3D réalisés sous Catia V5 : vue isométrique (a) et (b), vue de coupe (c), vue dessous (d)

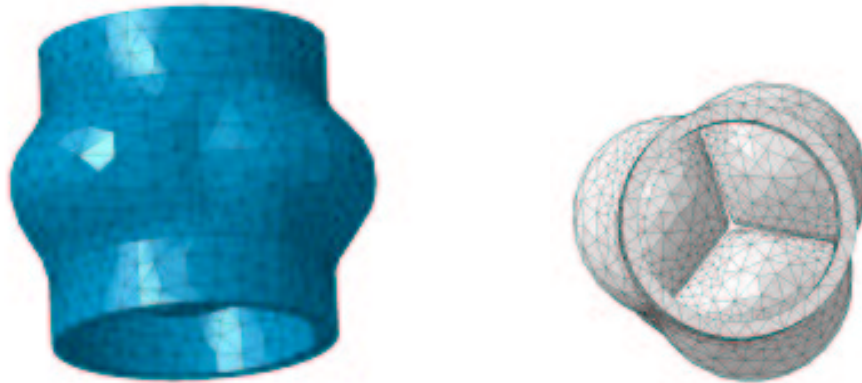


FIG. 5.2 – Maillage des modèles 3D réalisés sous Catia V5 : vue isométrique (f), et vue de dessous (g)

Dans ce chapitre, nous allons faire un calcul statique et linéaire de la valve sous Catia V5, un autre calcul sous Castem de la valve maillée sous Catia V5. Le but de ces calculs est de retrouver le défaut du comportement linéaire de la structure.

Le choix de ce logiciel est motivé pour sa malléabilité et sa facilité de travailler en 3D, en solide ou en surfacique (coque), voir figure 5.1.

Il permet aussi le passage de maillages Catia V5, en format Bulkdata de Nastran, à Castem pour faire le calcul.

### 5.3 Calcul sous Catia V5

Le calcul de structure sur les modèles géométriques Catia est un calcul d'avant-projet permettant de vérifier le plus rapidement possible la validité d'une solution. L'étude par éléments finis de ce modèle surfacique se fait en mode coque. La taille des mailles est choisie pour avoir des résultats plus précis, voir figure 5.4.

Les deux extrémités de la valve sont encastées (la rotation et la translation sont bloquées). La pression imposée est constante à l'entrée de la valve.



## 5.4 Calcul sous Castem

Il convient d'être vigilant quant à la validité du modèle utilisé sous Catia et accueillir avec prudence les résultats obtenus. En effet, l'automatisation poussée de certaines étapes de calcul masque parfois les faiblesses ou incohérences du modèle. Pour cela nous avons fait un maillage sous Catia et le calcul sous Castem pour vérifier et valider notre modèle.

Nous avons réalisé un modèle en 3D en coque mince (épaisseur nulle), ce logiciel n'a pas réussi à mailler le modèle en question, car la forme géométrique de la valve est très complexe avec une épaisseur nulle, voir figure 5.4 .

Pour simplifier ce modèle nous n'avons réalisé que la partie inférieure de la valve. Cette zone où se situent les feuillets, elle est soumise le plus à la pression physiologique. Le maillage a été réalisé sous Catia V5. Le code de calcul Castem utilise ce maillage, fait le calcul et le résultat est donné par la figure 5.3.

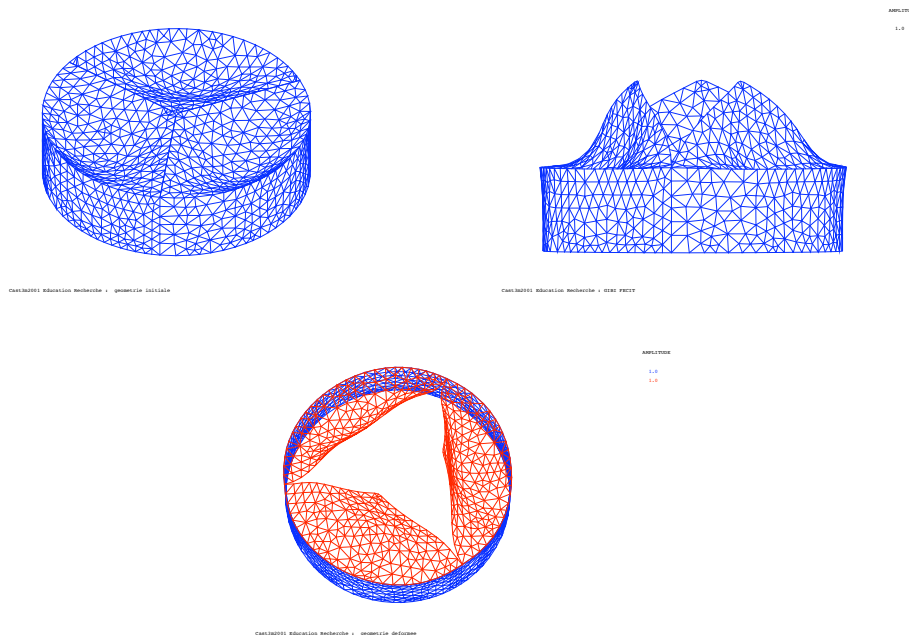


FIG. 5.3 – Maillage sous catia de la partie inférieure de la valve, par contre le calcul est réalisé sous Castem.



## 5.5 Résultats et interprétations

La partie inférieure de la valve aortique n'a été soumise qu'à un chargement égal à  $\frac{1}{3}\Delta p$  (plus faible par rapport à la pression physiologique), car le code de calcul Castem ne permet pas de calculer pour des pressions supérieures. Bien que nous n'ayons pas atteint la pression désirée, les feuillets s'ouvrent facilement. En fait, le passage en 3D les a rendu moins rigides, voir figure 5.3.

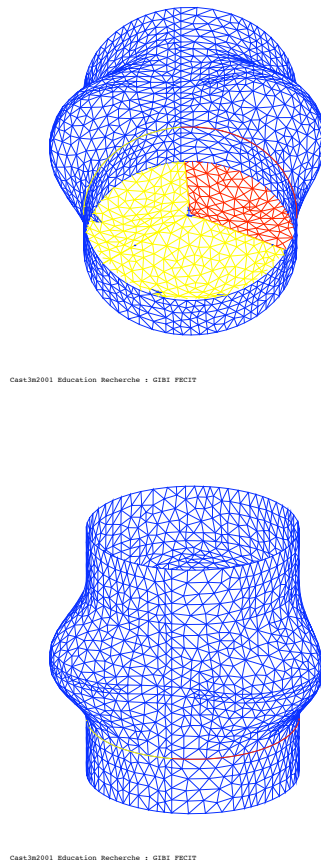


FIG. 5.4 – Début de calcul sous Castem d'un modèle de la valve aortique maillé sous Catia V5

# Conclusion

Dans ce travail nous avons présenté une première approche de la modélisation de la valve aortique. Nous avons commencé par un modèle simpliste, puis nous sommes passés à des calculs plus compliqués sous CASTEM en tenant compte d'une structure déformable sans, puis avec non-linéarité (dus au déplacement). Sous CASTEM, nous restions en axisymétrique ou en 2D plan, sous CATIA en revanche nous sommes passé en vrai 3D mais en restant linéaire.

Nous avons aussi vu l'influence de la géométrie sur l'ouverture de la valve (forme des sinus). Les valeurs de chargements et les valeurs des constantes du matériau étaient à peu près celles de la littérature. Dans tous les cas nous avons observé l'effet de raidissement dû aux non linéarités.

Nous nous sommes attachés à la résolution du point de vue du solide (calcul de structures sous Catia et Castem), le passage en vrai 3D sous Catia V5 en linéaire et le calcul sous un code de calcul Castem, nous avons les feuillets moins rigides et l'ouverture est plus souple.

Nous comptons compléter ce travail en effectuant des calculs d'écoulement à géométrie fixée (avec FreeFem).

Nous sommes encore loin d'une modélisation complète avec couplage fluide structure, mais ce premier pas nous a permis de comprendre quelques phénomènes.

# Bibliographie

- [1] Pedley, TJ, The Fluid Mechanics of Large Blood Vessels : 446pp, CUP, 1980
- [2] M. A. Nicosia , R. P. Cochran, D. R. Einstein, C. J. Rutland, K. S. Kunzelman, A Coupled Fluid-structure Finite Element Model of the Aortic Valve and Root, November 2003
- [3] [www.pst.chez.tiscali.fr/special5.htm](http://www.pst.chez.tiscali.fr/special5.htm)
- [4] K. Hang Lim, J. Candra, J. Hock Yeo, C. M. G. Duran, Flat or Curved Pericardial Aortic Valve Cusps : A Finite Element Study, September 2004
- [5] Michel Y. Jaffrin, Francis Goubel,  
Biomécanique des fluides et des tissus
- [6] M. Thurbrikar, W. C. Piepgrass, T. W. Shaner, A. S. P. Nolan, The design of the normal aortic valve
- [7] J. De Hart, G. W. M. Peters, P. J. G. Schrurs, F. P. T. Baaijens, A three-dimensional computational analysis of fluid-structure interaction in the aortic valve
- [8] Editors : Endre Bodnar, Cardiology : J. Chamers et P. M. Shah, Cardiac Surgery : W. R. Chitwood et D. Loisanca, The Journal of Heart Valve Disease, January 2001

# Annexe

Exemple d'un programme sous Castem de la valve





```
l48 = droi p4 ns3 p8;
l2c2 = droi p2 ns3 pc2;
l4c2 = droi p4 ns3 pc2;
l3c4 = droi p3 ns3 pc4;
lc1c4 = droi pc1 ns3 pc4;
l00 = droi p0 n pz;

geo1 = cerc 15 pc4 pcc1 pt1;
geo2 = cerc 15 pt1 pcc1 p3;
geo3 = cerc 15 pc2 pcc1 pt2;
geo4 = cerc 15 pt2 pcc1 p4;

*trace (lc1c3 et lc3c4 et lc1c4);
*trace (l12 et l2c2 et lc1c2 et l1c1);
*trace (lc1c2 et geo3 et geo4 et l34 et geo2 et geo1 et lc1c4);
*trace (l34 et l48 et l78 et l37);

*y= coor 2 l3c4;
*x = 0.05*(exp(-1.*(y - (h1+hc))*(y - (h1+hc))/0.002));
*deplace l3c4 plus (NOMC x ur);
*trace (lc1c2 et l4c2 et l34 et l3c4 et lc1c4);

*y= coor 2 l4c2;
*x = 0.05*(exp(-1.*(y - (h1+hc))*(y - (h1+hc))/0.002));
*deplace l4c2 plus (NOMC x ur);
*trace (lc1c2 et l4c2 et l34 et l3c4 et lc1c4);

opti elem tri3;

uvalc= surf (lc1c3 et lc3c4 et lc1c4);
*trace uvalc;

subase= surf (l12 et l2c2 et lc1c2 et l1c1);
*trace subase;

rect= surf (lc1c2 et geo3 et geo4 et l34 et geo2 et geo1 et lc1c4);
*trace rect;

prect= surf (l34 et l48 et l78 et l37);
*trace prect;

su1 = uvalc;
su2 = subase et rect et prect;
su0 = su1 et su2;
trace su0;

*caracteristiques de la modelisation
mo1 = mode su1 mecanique elastique;
mo2 = mode su2 mecanique elastique;
mo0 = mo1 et mo2;
*mo0 = mode su0 mecanique elastique;

*caracteristiques du materiau
*ma0 = mate mo0 YOUN 100. nu 0.45 ;
ma1 = mate mo1 YOUN 0.9 nu 0.45;
ma2 = mate mo2 YOUN 0.2 nu 0.45;
ma0 = ma1 et ma2;
*trac su0 ;
*c11 = bloq UZ (l12 et l78);
*c12 = bloq UR (l12 et l78);
c11 = bloq UZ (l12 et l78);
c12 = bloq ur l78 ;
rg0 = rigi mo0 ma0 ;

ppp0 = 0.0105 ;
*presV0=pression mass mo0 2. lc1c3;
presV0=pression mass mo0 ppp0 (lc1c3 et l1c1);
uel0 = reso (rg0 et c11 et c12) presv0;
```



```
trac ((defo su0 uel0 0. blan) et
      (defo su0 uel0 1. roug)) ;
*opti donn 5 ;
*****
*resolution de la premiere iteration
*****

ev0 = evol manu T (prog 0. 2.) F(T) (prog 0. 2.) ;
cha0 = char meca presV0 ev0 ;

tb0 = table ;
tb0 . MODELE = mo0 ;
tb0 . CARACTERISTIQUES = ma0 ;
tb0 . BLOCAGES_MECANIQUES = c11 et c12 ;
tb0 . CHARGEMENT = cha0 ;
tb0 . GRANDS_DEPLACEMENTS = VRAI ;
tb0 . GRANDES_ROTATIONS = VRAI ;
tb0 . TEMPS_CALCULES = PROG 0. PAS 0.01 0.99 pas 0.01 1. ;

pasapas tb0 ;

u2 = peche tb0 deplacements 1.;

*u2 = reso (rg0 et c11 et c12) fpr2 ;
dsu0_1 = defo su0 u2 1. rouge ;
dsu0_0 = defo su0 u2 0. bleu ;
dsl00 = defo 100 u2 0. rouge ;
dsuel0 = defo su0 uel0 1. vert ;
trac (dsu0_1 et dsu0_0 et dsl00 et dsuel0) ;

*****
OPTION 'TRAC' PSC;
** si couleur PSC
nomfic = 'valv.ps';
OPTION 'FTRAC' nomfic;
trac (dsu0 1 et dsu0 0 et dsl00 et dsuel0) ;
trac (dsu0 1 et dsu0 0 et dsl00 et dsuel0) ;
```

# Annexe

## Exemple d'un programme sous Matlab