

Avalanche sous marine : "turbidité".

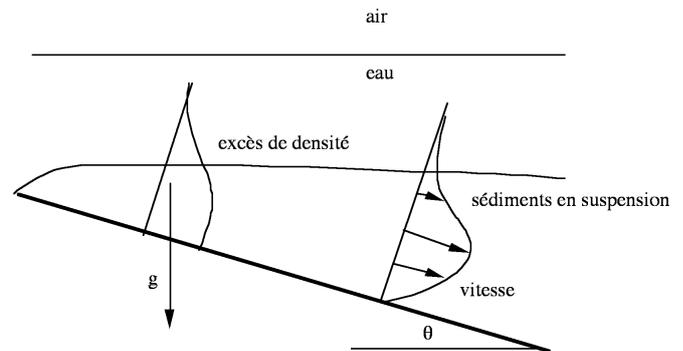
PC 6 MF 204 2014/2015

Mardi 13 Janvier 2015

Convection gravitaire

Lors de glissement de terrain des avalanches sous marines peuvent se former. Elles dévalent les pentes continentales en entraînant du sable, des roches et des sédiments. Avant 1929, elles étaient inconnues car jamais observées. Leur étude est importante à plusieurs titres :

- modélisation d'empilement de dépôts sous marins (couches géologiques de sédiments, intérêt en recherche pétrolière)
- leur extension peut bouleverser la faune et la flore
- l'avalanche peut détruire les lignes téléphoniques sous marines (ex. Grand Banks 1929, Nice 1979)
- l'avalanche crée en surface une vague qui peut produire des mini raz de marée mortels (Nice 16 oct 1979).



Dans cette PC nous allons étudier une avalanche sous marine à une échelle de temps telle qu'elle semble stationnaire. On supposera donc que l'on se place à l'échelle de temps *ad hoc*. Ce phénomène sera modélisé dans le cadre de la couche limite comme un jet pariétal qui transporte de la matière... On notera l'analogie avec la convection naturelle thermique. Dans le cadre simplifié dans lequel nous nous plaçons, nous négligeons l'interaction air eau (pas de raz de marée).

1°) Soit le mélange constitué d'eau à la densité ρ_f et de solide à la densité ρ_s . La densité totale est $\rho = \rho_s c + (1-c)\rho_f$, ou $\rho = \rho_f(1+\sigma c)$ avec $\sigma = \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f}$. On fait une approximation de type "Boussinesq". Commentez alors les équations de conservation associées au mouvement (l'axe des x est le long de la pente, y est perpendiculaire) :

i) incompressibilité pour l'eau

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0.$$

ii) Dans le cadre simplifié choisi, la conservation de la quantité de mouvement pour les particules est résolue de manière simplifiée en supposant que cette vitesse est la composition de deux phénomènes, une chute constante à la vitesse de chute V_f vers le bas et une diffusion. La conservation de la masse

des particules devient

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial(c(u + V_f \sin\theta))}{\partial x} + \frac{\partial(c(v - V_f \cos\theta))}{\partial y} = D\left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2}\right)$$

iii) quantité de mouvement pour le fluide :

$$\begin{aligned} \rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x}u + v\frac{\partial}{\partial y}u\right) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho_f \sigma c g \sin\theta + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \\ \rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x}v + v\frac{\partial}{\partial y}v\right) &= -\frac{\partial p}{\partial y} - \rho_f \sigma c g \cos\theta + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) \end{aligned}$$

Conditions aux limites vitesses nulles au fond (se discute) et il y a arrachement supplémentaire de matériaux au fond d'où la prise en compte d'un flux au fond j_f .

2°) Les écrire sous forme de couche limite. On transformera la pression en remarquant que loin de la paroi la pression est 0 et en remarquant que les termes principaux de l'équation transverse sont :

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial y} - \rho_f \sigma c g \cos\theta.$$

3°) En fait l'écoulement est turbulent, on peut tenir compte de la turbulence de la même manière que dans le cas d'un panache, d'une couche limite ou d'un jet : on moyenne les équations et on fait apparaître la partie moyenne et la partie fluctuante. Montrer rapidement (par analogie avec la couche limite turbulente) que les équations peuvent s'écrire au final (ici écrites avec les dimensions, tolérons cet écart) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial y} &= 0, \quad \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle c \rangle \langle u \rangle}{\partial x} - V_f \cos\theta \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial y} + \frac{\partial \langle c \rangle \langle v \rangle}{\partial y} = -\frac{\partial j}{\partial y}. \\ \rho\left(\frac{\partial}{\partial t} \langle u \rangle + \frac{\partial}{\partial x} \langle u \rangle^2 + \frac{\partial}{\partial y} \langle u \rangle \langle v \rangle\right) &= -\frac{\partial}{\partial x} \int_y^\infty \sigma \langle c \rangle g \cos\theta dy + \sigma \langle c \rangle g \sin\theta + \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \tau}{\partial y}, \end{aligned}$$

où τ est la composante du tenseur de Reynolds ($\mu \partial u / \partial y - \rho_f \langle u'v' \rangle$) et j est la composante du flux "total" $\langle v'c' \rangle - D \partial c / \partial y$ (on néglige ensuite la viscosité moléculaire de l'eau devant la viscosité turbulente, et on néglige de même la diffusion moléculaire par rapport à la diffusion turbulente).

4°) La résolution du système laminaire est possible, celle du système turbulent aussi (si on se donne des fermetures, par ex. du type longueur de mélange) mais encore relativement complexe. Nous allons donc encore simplifier dans l'optique des "méthodes intégrales". L'idée est d'intégrer chaque équation transversalement sur toute l'épaisseur y . Écrire les équations intégrales associées (remarquer qu'elles sont exactes dans le cadre asymptotique fixé).

5°) Les dernières astuces à mettre en œuvre sont de supposer que les profils sont semblables : $u = U_0(x)f(y/\delta(x,t))$, $c = c_0(x)g(y/\delta(x,t))$, et que les fonction f et g sont données ! Ensuite il faut imposer des lois de fermeture : par exemple on peut dire que l'érosion dépend du frottement :

$$V_f \cos\theta \langle c_f \rangle - j_f = k_c \tau_f^k \quad \text{et que} \quad \tau_f = c_f \rho_f U_0^2$$

il est en effet raisonnable de prendre pour fermeture de $\tau_f = k_\tau U_0^2 (R_\delta)^{-1/4}$ une loi de type "Blasius" (qui est celle des tuyaux ou des couches limites turbulentes, la constante k_τ vaut environ 0.02 pour une couche limite turbulente). La loi d'érosion est très empirique, le coefficient k "sort" de l'expérience.

6°) En déduire l'équation d'évolution de $c_0(x)$, $U_0(x)$ et $\delta(x)$. Montrer que l'on peut trouver une solution en loi de puissance (dans le cas particulier où $k = 2$)...

CORRECTION PC 6 "Courant de turbidité"

1°) Ces équations sont calquées sur celles de Boussinesq, mais ici c'est l'excès de masse (qui intervient par la concentration c , $c = 0$ pas d'excès, pas de solide, et attention $c \ll 1$) qui joue le rôle de l'excès de température (on sait que l'approximation de Boussinesq thermique est à $\alpha(T - T_0) \ll 1$) : l'analogie de la dilatabilité $\rho = \rho_0(1 - \alpha(T - T_0))$ est donc ici $\rho_f(1 + \sigma c)$. On conserve donc l'incompressibilité pour l'eau... Et la contrepartie de l'équation de la chaleur est l'équation de conservation de la masse de sédiment...

Attention, il y a une hypothèse supplémentaire : les sédiments ont tendance à tomber ! Leur vitesse de chute est constante (hypothèse forte!!! en réalité V_f et D dépendent de la concentration c), on remarque que si le fond est plat et qu'il n'y a pas de mouvement : $-V_f \frac{\partial}{\partial y} c = D \frac{\partial^2}{\partial y^2} c$. La concentration a donc une forme exponentielle. Les équations dynamiques sont sans surprises (calquées sur Boussinesq). Attention p est l'excès de pression par rapport au nivellement barométrique, et le fond est oblique : d'où le θ qui est petit.

2°) De manière triviale on obtient, si $u = U_0 \tilde{u}$, $x = \bar{x}L$, $y = \tilde{y}\delta$, $c = c_0 \tilde{c}$ etc comme on doit prendre le terme de pression lié au poids : $P_0 = (\rho_f \sigma g \delta c_0)$ et par l'équilibre de gradient de pression quantité de mouvement $P_0 = \rho_f U_0^2$. La conservation de la masse et les dérivées totales donnent $U_0 \delta = V_0 L$, attention il faut que V_f se mesure avec V_0 pour que la redéposition ait lieu. l'équilibre diffusif convectif donne : $\mu U_0 / \delta^2 = \rho_f U_0^2 / L$) etc

si δ/L et θ petit on peut poser $\theta = \tilde{\theta} \delta / L$, L'angle est petit et commensurable avec δ/L . Cette dernière jauge permet de garder les deux contributions de $\rho_f \sigma c g$. D'où : $\delta = LG^{-1/5}$ où G est un nombre de Grashof massique $G = \rho_f^2 \sigma c_0 g L^3 \mu^{-2}$. Le système le plus riche est donc :

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{y}} = 0. \quad \frac{\partial \tilde{c}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{c}}{\partial \bar{x}} + (\tilde{v} - \tilde{V}_f) \frac{\partial \tilde{c}}{\partial \tilde{y}} = S^{-1} \frac{\partial^2 \tilde{c}}{\partial \tilde{y}^2}$$

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{t}} + u \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \tilde{u} + \tilde{v} \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \tilde{u} = - \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \int_{\tilde{y}}^{\infty} \tilde{c} d\tilde{y} + \tilde{c} \tilde{\theta} + \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \tilde{y}^2}$$

conditions $\tilde{u}(\bar{x}, 0) = \tilde{v}(\bar{x}, 0) = \tilde{u}(\bar{x}, \infty) = 0$ et $\partial \tilde{c} / \partial \tilde{y} = -j_f$ et $\tilde{c}(\bar{x}, \infty) = 0$.

attention si on impose plutôt la valeur du flux comme jauge $j = D c_0 / \delta$, ce n'est plus $\delta = LG^{-1/5}$ mais $\delta = L(\rho_f^2 \sigma c_0 g L^3 \mu^{-2})^{-1/5}$, donc $\delta = L(\rho_f^2 \sigma j_f g L^4 D^{-1} \mu^{-2})^{-1/4} \dots$

3°) On écrit les équations sous forme conservative :

$$\tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \bar{x}} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}} = 2\tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \bar{x}} - \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \bar{x}} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}} = \frac{\partial \tilde{u}^2}{\partial \bar{x}} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}} = \frac{\partial \tilde{u}^2}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \tilde{u} \tilde{v}}{\partial \tilde{y}}$$

4°) On intègre de 0 à ∞ , :

$$\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial y} = 0,$$

on peut donc permuter les dérivations et les intégrations (le domaine est fixe)... Attention, il y a un abus de notations dans cette partie turbulente, on a gardé les dimensions dans les équations, mais en fait on travaille bien dans l'optique de la couche limite, on peut donc aller à l'"infini" dans les intégrations. De même on a laissé de manière abusive $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$ qui sont en fait approximativement 1 et θ .

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty \langle u \rangle dy + \langle v(x, \infty) \rangle - \langle v(x, 0) \rangle = 0.$$

Or $\langle v(x, 0) \rangle = 0$ en première approximation (car si on érode trop vite, il faut écrire que la vitesse transverse égale la vitesse de disparition de l'interface), on peut prendre $\langle v(x, \infty) \rangle = 0$, en fait c'est faux!, le jet pariétal a tendance à toujours aspirer du fluide frais et on introduit à ce propos un coefficient empirique qui sera noté α_E le coefficient d'entraînement tel que

$$\langle v(x, \infty) \rangle = -\alpha_E \langle u_{max} \rangle \frac{\partial}{\partial x} \delta(x) + \frac{\partial}{\partial t} \delta(x)$$

Par la suite, dans un souci de simplification, nous posons $\alpha_E = 0$. On en déduit ainsi que le flux est constant en stationnaire, $\int_0^\infty \langle u \rangle dy = cste$. (si α_E n'est pas nul, on dit qu'il y a entraînement de fluide au repos par le fluide qui bouge).

De même dans l'intégration de $\langle c \rangle$ on a $\langle c(x, \infty) \rangle = 0$, $\langle c(x, 0) \rangle = \langle c_f(x) \rangle$ fonction inconnue (valeur au fond), et $j(x, \infty) = 0$ et $j(x, 0) = j_f$:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^\infty \langle c \rangle dy + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty \langle c \rangle \langle u \rangle dy - 0 + V_f \cos \theta \langle c(x, 0) \rangle + j_f = 0 - 0.$$

L'équation de $\langle u \rangle$ ne pose pas de problèmes :

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} \langle u \rangle + \frac{\partial}{\partial x} \langle u \rangle^2 + \frac{\partial}{\partial y} \langle u \rangle \langle v \rangle \right) = - \frac{\partial}{\partial x} \int_y^\infty \sigma \langle c \rangle g \cos \theta dy + \sigma \langle c \rangle g \sin \theta + \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \tau}{\partial y},$$

En fait il faut modéliser V_f (qui dépend du diamètre des sédiments de la viscosité de l'eau...), τ_f (le frottement turbulent) et j_f (qui dépend certainement du frottement : plus on frotte plus on enlève... mais aussi d'autres paramètres), c'est fait de manière empirique (corrélations expérimentales...).

5°) En posant : $u = U_0(x)f(y/\delta(x))$, $c = c_0(x)g(y/\delta(x))$. On suppose une sorte de solution semblable, mais les profils sont donnés donc :

$$\begin{aligned} \left(\int_0^\infty f(\eta) d\eta \right) \frac{\partial}{\partial x} (\delta(x) U_0(x)) = 0 \text{ puis } \int_0^\infty g(\eta) d\eta \frac{\partial}{\partial x} (c_0(x) \delta(x)) + \left(\int_0^\infty f(\eta) g(\eta) d\eta \right) \frac{\partial}{\partial x} (U_0(x) c_0(x) \delta(x)) = k_c \tau_f^b \\ \int_0^\infty f(\eta) d\eta \frac{\partial}{\partial t} (U_0(x) \delta(x)) + \int_0^\infty f^2(\eta) d\eta \frac{\partial}{\partial x} (U_0(x)^2 \delta(x)) = \\ - \sigma g \left(\int_0^\infty \int_\eta^\infty g(\eta') d\eta' \cos(\theta) \right) \frac{\partial}{\partial x} (c_0(x) \delta(x)^2) + \sigma g \sin(\theta) \int_0^\infty g(\eta) d\eta c_0(x) \delta(x) - \frac{1}{\rho_f} \tau_f. \end{aligned}$$

Les intégrales peuvent se calculer facilement, par exemple (!!) si $f(\eta) = 1.646\eta^{1/7}e^{-\eta^2}$, et $g(\eta) = e^{-\eta}$, mais le but du jeu est de se donner des profils plus complexes (c-a-d ressemblants aux profils expérimentaux le plus possible), si on garde ces profils simples (d'autres profils donnent d'autres valeurs) :

$$I_0 = \int_0^\infty f^2 d\eta = 1; I_1 = \int_0^\infty f^2 d\eta = \alpha; I_2 = \int_0^\infty \int_\eta^\infty g(\eta') d\eta' = \beta, I_3 = \int_0^\infty g d\eta = 1, I_4 = \int_0^\infty f g d\eta = \gamma;$$

6°) donc le système devient simplement :

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}(\delta(x,t)U_0(x)) = 0 \text{ puis } \frac{\partial}{\partial t}(c_0(x,t)\delta(x,t)) + \frac{\partial}{\partial x}(U_0(x,t)c_0(x,t)\delta(x,t)) = k_c\tau_f^b\right.$$

$$\left.\frac{\partial}{\partial t}(U_0(x,t)\delta(x,t)) + \alpha\frac{\partial}{\partial x}(U_0(x,t)^2\delta(x,t)) = -\sigma g\gamma\cos(\theta)\frac{\partial}{\partial x}(c_0(x,t)\delta(x,t)^2) + \sigma g\sin(\theta)c_0(x,t)\delta(x,t) - \frac{1}{\rho_f}\tau_f.\right.$$

avec $\tau_f = c_f\rho_f U_0^2$. Examinons si on peut obtenir des solution stationnaire ayant une structure auto-semblable

Si on cherche une loi de puissance (en oubliant les constantes de proportionnalité), par exemple $\delta = x^n$, la conservation du flux $(\frac{\partial}{\partial x}(\delta(x,t)U_0(x)) = 0$ donne $x^n U_0(x) = \text{constante}$, donc $U_0(x) = x^{-n}$. Si on pose $c_0(x) = x^c$, et que l'on suppose que el frottement est en x^t ,

$$\frac{\partial}{\partial x}(U_0(x,t)c_0(x,t)\delta(x,t)) = k_c\tau_f^k$$

nous dit que

$$x^{-1-n+c+n} \text{ est comme } x^{tk}$$

ensuite

$$\alpha\frac{\partial}{\partial x}(U_0(x,t)^2\delta(x,t)) = -\sigma g\gamma\cos(\theta)\frac{\partial}{\partial x}(c_0(x,t)\delta(x,t)^2) + \sigma g\sin(\theta)c_0(x,t)\delta(x,t) - \frac{1}{\rho_f}\tau_f.$$

nous dit que

$$x^{-1-2n+n} \text{ et } x^{-1+c+2n} \text{ et } x^{c+n} \text{ varient comme } x^t$$

donc $-1 + c + 2n = c + n$ donc $2n - 1 = n$, soit $n = 1$, puis $-1 - 2n + n = -1 + c + 2n$ comme $n = 1$ on a $c = -3$ $-1 - 2n + n = t$ comme $n = 1$ on a $t = -2$. enfin $1 - n + c + n = tk$ nous donne $k = 2$.

Il y a bien entendu un petit côté miraculeux : le k doit avoir la valeur 2 pour que ça marche... et $t = -2$ aussi, remarquons à cet égard que le miracle est révélé pour t ! C'est un coup de chance que ça marche si bien...

L'avalanche se poursuit en devenant de plus en plus faible ($U_0 \sim 1/x$), et son épaisseur devient de plus en plus grosse ($\delta \sim x$)... Si k est différent de cette valeur k=2 il n'y a pas de solution semblable... du moins avec tous les termes.

On pourrait encore trouver une solution semblable, mais en supposant que certains termes seront négligeables par rapport à d'autres... On devrait peaufiner ce modèle un peu simplet, mais les ingrédients sont posés... Il faut donc des bons profils f et g et de bonnes lois de t_f et j_f . On les obtient par corrélations expérimentales. Ensuite il faut résoudre les équations, suivant les lois adoptées on peut avoir des courants accélérés ou décélérés avec ou érosion ou déposition... Ce type de calcul est largement utilisé et donne semble-t-il de très bons résultats.

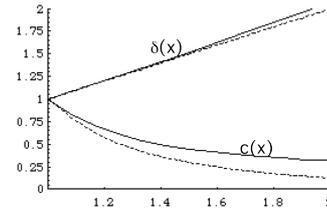


FIGURE 1 – Evolution de la concentration moyenne c_0 et de l'épaisseur δ le long de l'avalanche établie.

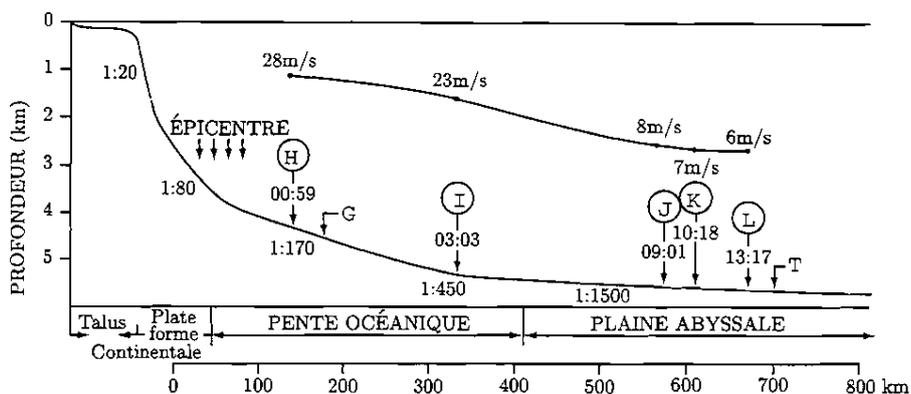


FIG. 1.8 – Le tremblement de terre de Grand Banks, le 18 Novembre 1929, et les ruptures de câbles qui en suivirent. Les flèches indiquent la position ou la projection de la position des ruptures de câbles sur le profil longitudinal du fond marin, le long du passage supposé emprunté par l'écoulement. Les rapports (p. ex. 1:20) indiquent les gradients de pente. Les temps (p. ex. 00:59) indiquent la durée écoulée entre le tremblement de terre et les ruptures de câbles. La vitesse du courant (calculée d'après les ruptures) est indiquée par le diagramme supérieur. Les lettres G et T correspondent respectivement aux dépôts de gravier (à la base du talus continental) et aux turbidites (sur la plaine abyssale) (d'après Hsü [1989]).

FIGURE 2 – La catastrophe du Grand Banks, repris par A. Hugot Modélisation des écoulements gravitaires catastrophiques Thèse 2000.

Exemple de résolution du système : Des exemples sont fournis dans l'article de Akiyama et Stefan... bien entendu ils utilisent leurs fermetures un peu compliquées.. Sur le graphe précédent on voit en pointillé la solution semblable (calculée par intégration du système avec un jeu de coefficients *ad hoc* dont $k_f < 0$ qui correspond à un dépôt) $\delta = x$ et $c_0 = x^{-3}$. Si on diminue légèrement le frottement on a les courbes en traits pleins... L'épaisseur de couche limite augmente alors un peut plus vite, la déposition est plus faible (c'est normal puisque ça frotte moins).

à retenir

- l'analogie forte entre les effets thermiques et les effets de transfert de masse.
- La méthode intégrale : la bonne méthode consiste à intégrer les équations de couche limite transversalement, PUIS de se donner une forme de vitesse particulière (c'est la fermeture).

Il ne faut pas rire de cette méthode, elle est en fait éprouvée et mène à des résultats remarquables (à noter qu'il s'agit d'une méthode issue de l'aérodynamique et que TOUS les avions dans lesquels nous volons sont passés par la moulinette des méthodes intégrales à un moment ou un autre de leur conception) et que c'est la méthode principale pour traiter les écoulements d'avalanches en général.

Biblio

- J.E. Plapp & J.P. Mitchell (1960) "A hydrodynamic theory of turbidity currents", J. of Geophysical research, Vol 65, n°3, pp 983- 992.
- J. Akiyama & H. Stefan (1985) "Turbidity current with erosion & deposition", J. of Hydraulic Eng., Vol 111, No 12, pp 1473-1493.
- J. Zeng & D. R. Lowe (1997) "Numerical simulation of turbidity current flow and sedimentation : I. theory", sedimentology Vol 44, pp 67-84.

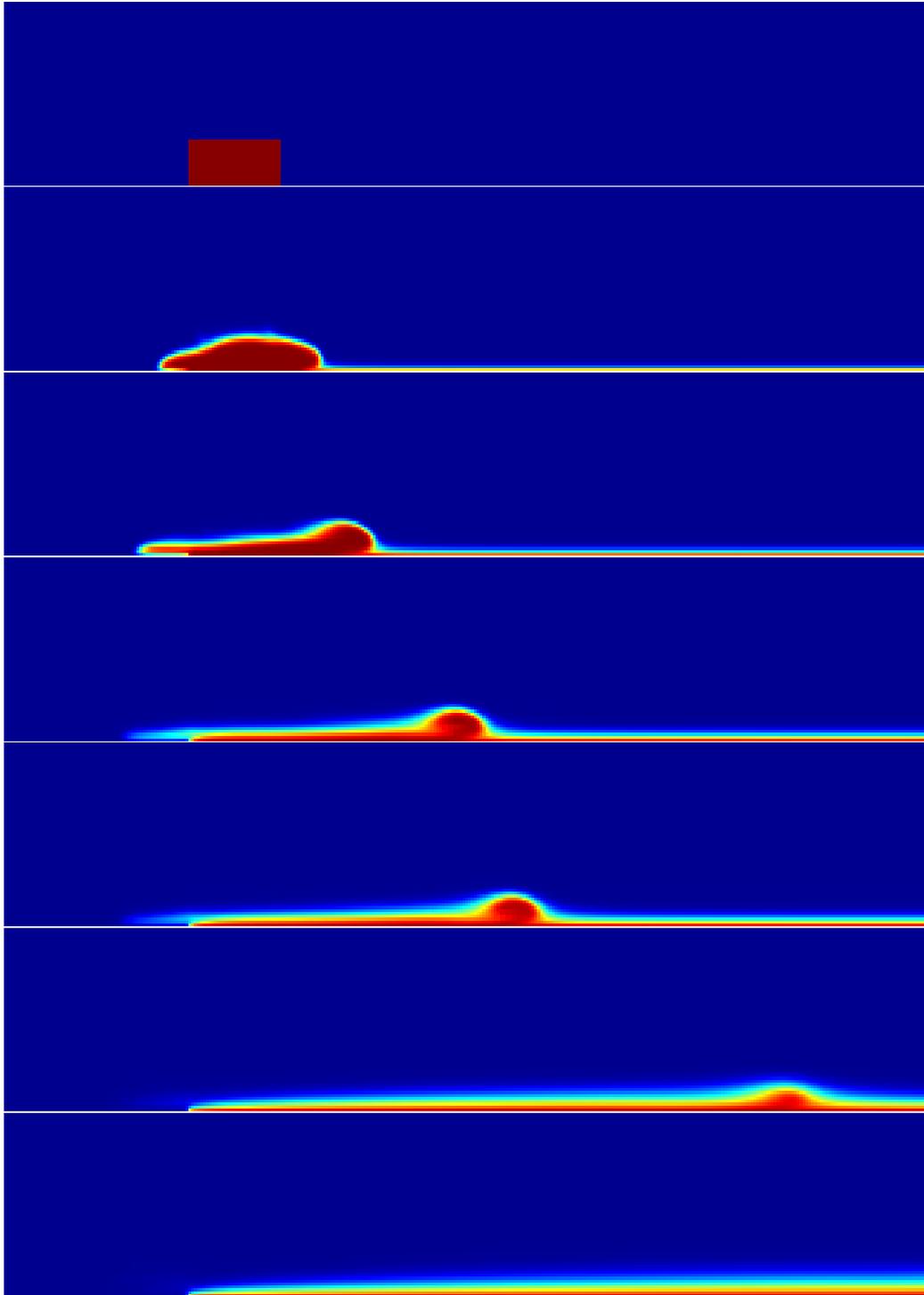


FIGURE 3 – Ecoulements gravitaire sur une pente de 15° , $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ et 10 . $V_f \neq 0$

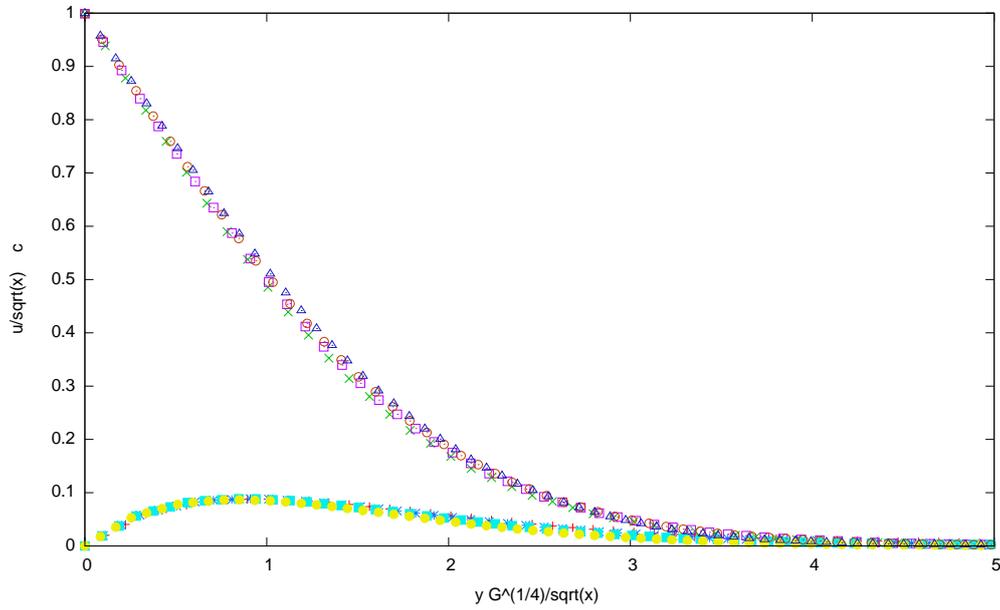


FIGURE 4 – Ecoulements gravitaire sur une pente de 15° solution autosemblable stationnaire en différents $x = 1, 1.5, 2$ et 3 . (artificiellement $c(x, 0)$ est fixé à 1.

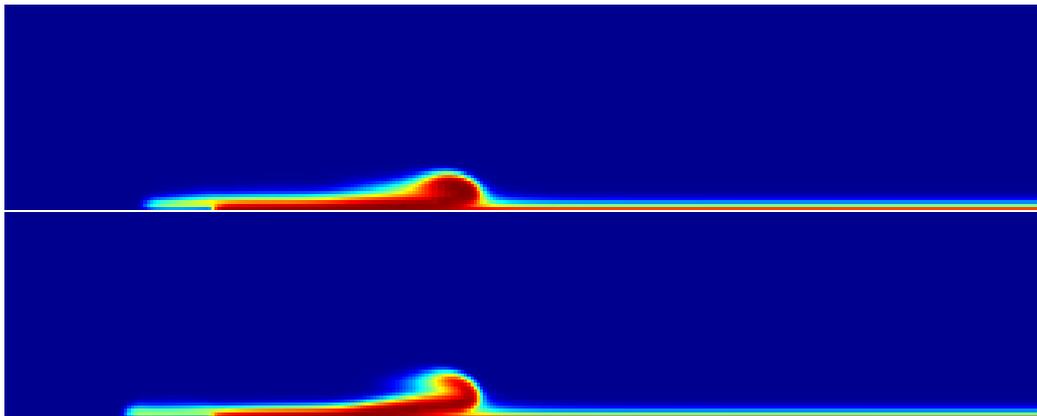


FIGURE 5 – Ecoulements gravitaire sur une pente de 15° comparaison au temps $t = 3$. $V_f \neq 0$ en haut et $V_f = 0$ en bas, on constate que la vitesse de sédimentation V_f fait retomber le panache. pour $V_f \neq 0$ le front de l'avalanche est plus ramassé.

Remarques, Notes au PC(Wo)Men

Encore un problème pas si simple qui continue à être un problème actuel... En effet, cette méthode intégrale est très utilisée pour étudier des phénomènes tels que les avalanches de neige (le fluide est l'air, le solide est la neige), les avalanches de turbidités sur les plateaux continentaux (ce que l'on vient de faire). Mais aussi les avalanches de débris (mélanges de cailloux et d'eau) lors des glissements de terrains et les inondations. On peut aussi décrire les simulations de ruptures de barrage de montagne qui ensuite entraînent des débris dans la vallée. Le mur d'eau d'avancée des Tsunamis fait aussi partie des phénomènes que l'on peut modéliser avec ces types d'approches. Cette démarche intégrale en couche mince a donné lieu aux progrès récents de la physique des milieux granulaires. On sait maintenant avec des approches semblables prédire des avalanches de cailloux sur terre (et sur mars!!!).

Dans l'article original de Plapp, l'équation de conservation de la masse de l'eau a été oubliée. Il ne prend pas non plus en compte le terme en intégrale double associé à I_2 . Les autres auteurs prennent ce terme en compte. Ce terme réintervient uniquement lorsque l'angle θ est assez petit pour négliger l'effet de la pente de départ. Dans le cas du Grand Banks l'angle de chute est faible (l'angle vaut 0.6°). Plapp trouve un autre exposant, mais il a utilisé la loi de Blasius turbulent complète et il n'a pas tous les termes.

Q 1 et 2 la partie laminaire peut être faite assez vite (ou au contraire bien insister dessus car c'est une révision), elle sert simplement à introduire les relations en se rattachant à des choses connues. On attaque directement les calculs au tableau en turbulent (on montre quand même que la pression varie transversalement)... A vous de (re)faire passer la philosophie.

Q3 Bien faire le passage $\langle u \rangle \partial \langle u \rangle + \dots$ donne $\partial \langle u \rangle^2 + \dots$, et l'intégration

Q4 Remarquons que les équations sont écrites avec les dimensions, c'est un abus habituel de la communauté hydrologique (une fainéantise de plus qui bien entendu pose des problèmes;-)), attention dans les intégrations car on traite quand même y comme une variable asymptotique.

Il y a d'autres dégénérescences des équations, par exemple on peut ne garder que les termes de friction et de $\sin\theta$ moteur... cela correspond au développement de la tête de l'avalanche.

• Lien avec les équations de Saint Venant (ancien élève de l'école ENSTA).

Cette approche avec un fluide porteur convient quelques soient les fluides effectifs. Par exemple, si au lieu de parler d'eau et d'un fluide équivalent de particules, on parle d'air et d'eau (respectivement), alors on aboutit aux équations de Saint Venant (*Shallow Water*).

Pour les établir à partir du système que l'on a écrit, on dit que la concentration est constante dans l'épaisseur d'eau que l'on note h telle que $h = \delta$ on a alors $f = 1$ et $g = 1$ pour $\eta < 1$, pour $\eta > 1$ on n'a plus d'eau mais de l'air. On calcule dans ce cas $\alpha = 1$ et $\gamma = 1$ et $\beta = 1/2$ $c_0 = 1$ "eau pure" dans la couche d'eau $k_c = 0$. $\sigma\rho_f = \rho_s$ l'eau est le solide d'avant, et le système s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t}h(x, t) + \frac{\partial}{\partial x}(U_0(x, t)h(x, t)) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(U_0(x, t)h(x, t)) + \frac{\partial}{\partial x}(U_0(x, t)^2h(x, t)) = -g\cos(\theta)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{h(x, t)^2}{2}\right) + g\sin(\theta)h(x, t) - c_f U_0^2.$$

les spécialistes y reconnaissent les équations de Saint Venant (*Shallow Water*).