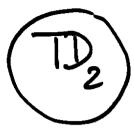
UNIVERSITE PIERRE ET MARIE CURIE

ANNEE UNIVERSITAIRE 2008-2009



LA 301 - MATHEMATIQUES TRAVAUX DIRIGES N°2



Soit f l'application définie par

$$(x,y) \in \mathbb{R}^2 \to f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{si} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si} & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Montrer que l'application f est continue mais non différentiable à l'origine de \mathbb{R}^2 .



On considère la fonction g définie par

$$(x,y) \in \mathbb{R}^2 \to g(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{(x^2 + y^2)^{3/2}} & \text{si} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si} & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

- 1°) Etudier la continuité de la fonction g.
- 2°) Etudier la différentiabilité de la fonction g à l'origine (0,0) de R².



On considère la fonction f_{α} définie par

$$(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \to f_{\alpha}(x,y,z) = \begin{cases} \frac{xy + yz + zx}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\alpha}} & \text{si} & (x,y,z) \neq (0,0,0) \\ 0 & \text{si} & (x,y,z) = (0,0,0) \end{cases}$$

où α est une constante réelle donnée.

En discutant suivant les valeurs de la constante α , étudier sur \mathbb{R}^3

1°) la continuité de la fonction f_{α} .

- 2°) l'existence des dérivées partielles premières de la fonction f_{α} .
- 3°) la différentiabilité de la fonction f_{α} .
- 4°) la classe C^1 de la fonction f_a .



On donne la fonction f définie par

$$(x,y) \in \mathbb{R}^2 \to f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2} & \text{si} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si} & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Etudier la continuité de la fonction f et l'existence des dérivées partielles premières de la fonction f à l'origine.

Que peut-on en conclure ?