

# Écoulements multiphasiques

Examen. 23 Février 2012. Durée : 2h. Aucun document autorisé, pas de calculatrice, pas de téléphone portable. UMPC. NSF16. 2011-2012

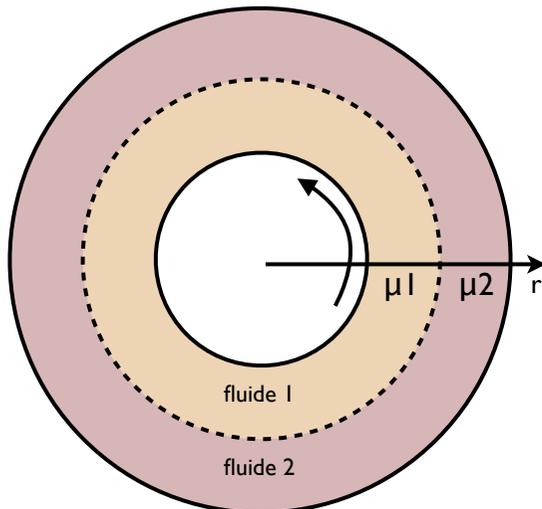
Jérôme Hoepffner & Arnaud Antkowiak

## Ex1

### Conditions d'interface

Le champ de vitesse azimutal d'un écoulement de Couette est de la forme  $u(r)=Ar+B/r$ . Ici le cylindre intérieur est en rotation à vitesse constante et le cylindre extérieur est fixe et il y a deux fluides non miscibles de viscosité  $\mu_1$  et  $\mu_2$  séparés par l'interface représentée en pointillés sur le schéma.

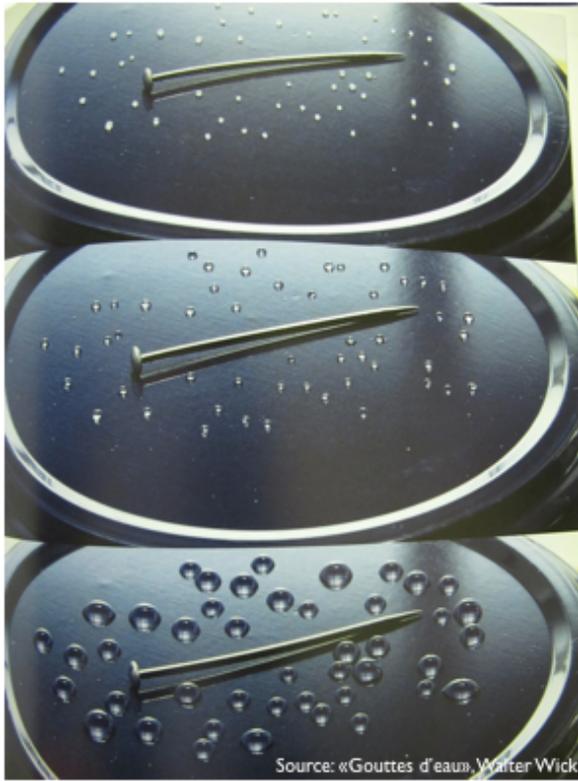
- 1) Tracer l'allure du champ de vitesse lorsque  $\mu_1=\mu_2$ .
- 2) Tracer l'allure du champ de vitesse lorsque  $\mu_1$  est très grand devant  $\mu_2$ .
- 3) Tracer l'allure du champ de vitesse lorsque  $\mu_1$  est très petit devant  $\mu_2$ .
- 4) Ecrire les conditions limites et les conditions d'interface pour les champs de vitesse dans les fluides 1 et 2 (ne pas les résoudre, juste les écrire).



**Ex2**  
**Transformation de l'énergie**  
Une goutte de pluie de diamètre  $d$  et de tension de surface  $\sigma$  impacte sur le sol à vitesse  $V$ . On suppose que les gouttelettes résultantes de l'impact sont toutes de même taille et vont à la vitesse  $V/10$ . Combien y-a-t'il de gouttelettes?

Détaillez les étapes de votre raisonnement et les équations que vous utilisez pour obtenir le résultat.

Tournez la page pour la suite du sujet !



Source: «Gouttes d'eau», Walter Wick

### Ex3 Grains de sel et nucléation

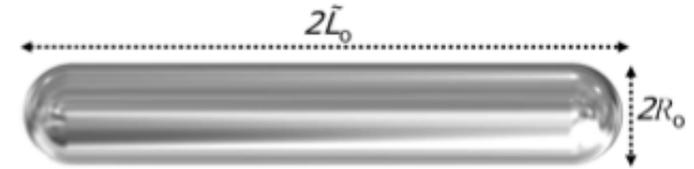
Voici la description du dispositif: «On a placé des grains de sel sur le couvercle d'un pot, posé sur une assiette contenant de l'eau. une cloche de verre recouvre le tout et retient la vapeur d'eau. En quelques minutes, celle-ci se condense sur le sel et chaque grain est enveloppé d'eau. Au bout de quelques heures, le sel s'est dissous dans les gouttes d'eau».

Profitez de cette expérience pour nous décrire le phénomène de la nucléation de gouttes et de bulles, vous pouvez illustrer cette thématique en parlant de l'ébullition, du champagne, et de la pluie et en général de la notion de méta-stabilité. Mobilisez les lois physiques quantitatives que vous connaissez avec des graphiques et des schémas.

### Ex4 Rupture d'un ligament liquide

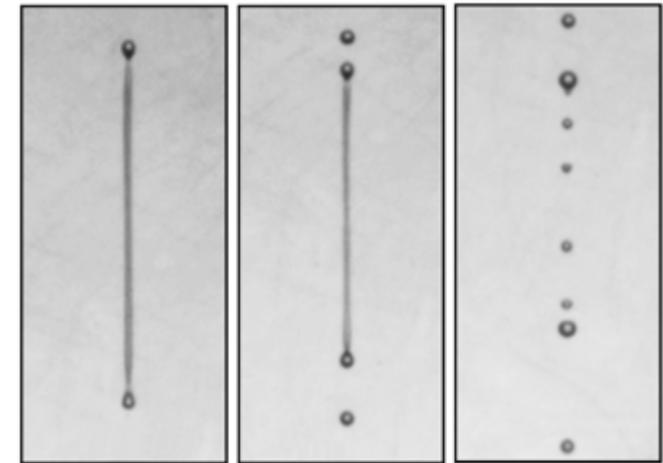
Source: Castrejón-Pita, Phys.Rev.Lett (2012)

Lorsqu'un ligament liquide de longueur  $2L_0$  et de rayon  $R_0$  (densité  $\rho$ , tension de surface  $\gamma$ ) relaxe sous l'influence de la tension de surface, il peut se briser en gouttelettes comme indiqué dans cet article de Castrejón-Pita et al. paru le 17 Février 2012 dans Phys. Rev. Lett.



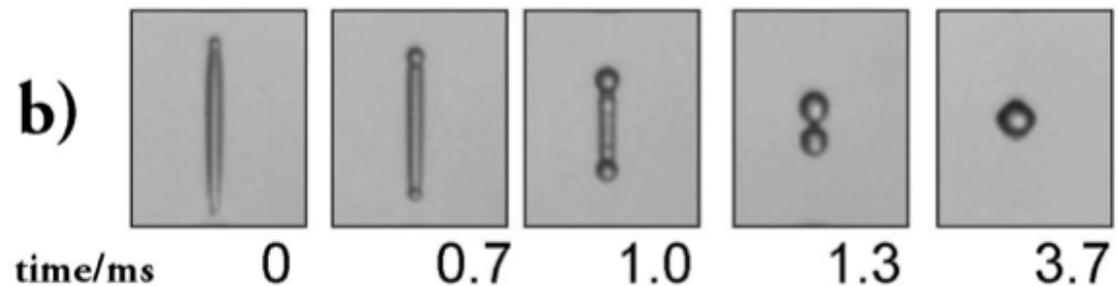
On cherche ici à avoir une première estimation des conditions sous lesquelles un ligament étiré peut se rompre.

- 1) Donner l'ordre de grandeur du temps de rupture d'un cylindre en gouttelettes (temps capillaire).
- 2) En partant de l'ordre de grandeur de la vitesse de rétraction de Taylor-Culick, proposer une estimation du temps nécessaire pour contracter un ligament en une goutte.
- 3) En déduire un critère nécessaire sur la géométrie du ligament pour avoir rupture en gouttelettes.
- 4) Cette estimation est-elle cohérente avec la figure b) ?



A. A. Castrejón-Pita et al., Phys. Rev. Lett. (2012)

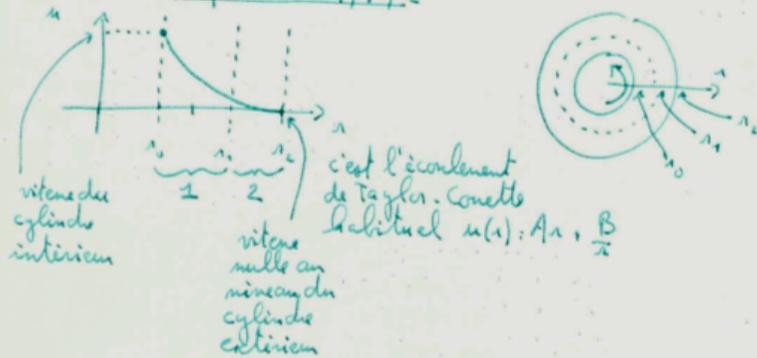
Proposer une explication.



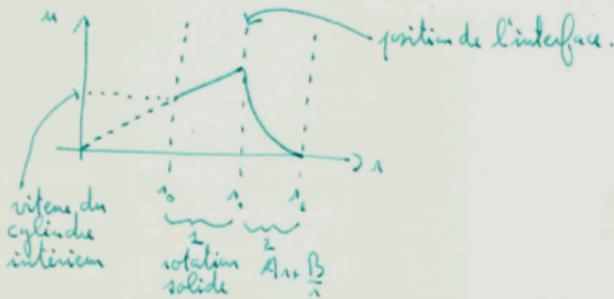
Correction exam diphasique  
Février 23 2012

Exercice 1

1) Profil du champ de vitesse,  $\mu_1 = \mu_2$

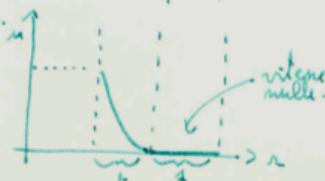


2)  $\mu_1 \gg \mu_2 \rightarrow$  rotation solide dans le fluide 1 et il y a cisaillement se produit dans le fluide 2, avec un profil de type  $u(r) = A_1 r + \frac{B}{r}$



3)  $\mu_1 \ll \mu_2 \rightarrow$  Rotation solide dans le fluide 2  $\rightarrow u=0$  puisque le cylindre extérieur est fixe.

Tout le cisaillement se fait dans le fluide 1 qui est beaucoup moins visqueux.



4) Conditions limites et d'interface:

fluide 1:  $u(r) = A_1 r + \frac{B_1}{r}$  fluide 2:  $u(r) = A_2 r + \frac{B_2}{r}$

en  $r_0$ :  $A_1 r_0 + \frac{B_1}{r_0} = u_0$  la vitesse du cylindre intérieur

en  $r_2$ :  $A_2 r_2 + \frac{B_2}{r_2} = 0$  extérieur

en  $r_1$ :  $A_1 r_1 + \frac{B_1}{r_1} = A_2 r_1 + \frac{B_2}{r_1}$  continuité de la vitesse tangentielle

$\mu_1 (A_1 - \frac{B_1}{r_1^2}) = \mu_2 (A_2 - \frac{B_2}{r_1^2})$  continuité de la contrainte tangentielle.

4 inconnues  $A_1, A_2, B_1, B_2$  et quatre équations  $\rightarrow$  OK!

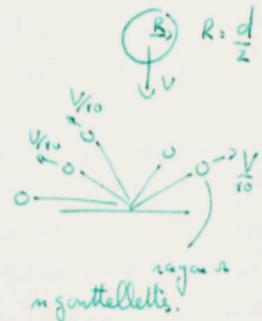
Exercice 2

Energie de Surface 1 + Energie cinétique 1 = Energie de Surface 2 + Energie cinétique 2

$$4\pi R^2 \gamma + \frac{1}{2} \rho \frac{4\pi R^3}{3} V^2 = m \times 4\pi r^2 \gamma + \frac{1}{2} \rho \frac{4\pi r^3}{3} \left(\frac{V}{10}\right)^2$$

le nombre de gouttes après impact.

c'est la même masse avant et après impact.



Conservation du volume:  $\frac{4\pi R^3}{3} = n \frac{4\pi r^3}{3} \rightarrow r^3 = R^3 \cdot \frac{1}{n} \rightarrow r^2 = R^2 \cdot \frac{1}{n^{2/3}}$

proport de la vitesse finale

$$R^2 \gamma + \frac{\rho R^3 V^2}{6} = m^{2/3} R^2 \gamma + \frac{\rho R^3 V^2}{6 \times 100} \rightarrow m = \left( 1 + \frac{\rho R^3 V^2}{6 R^2 \gamma} \left( 1 - \frac{1}{100} \right) \right)^3$$

proport de la tension de surface initiale.

Si la vitesse est grande il y a beaucoup de gouttelettes, si la tension de surface est grande il y en a peu.

$\frac{\rho R V^2}{\gamma} = \frac{99}{100}$

### Exercice 3

C'est difficile de créer une nouvelle bulle ou une nouvelle goutte à partir de rien. C'est à cause de la tension de surface et de la courbure. Le saut de pression de Laplace à travers une interface sphérique est :

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R}$$

— tension de surface en  $\text{J}/\text{m}^2$   
— Rayon de la sphère en mètres.

facteur 2  
car il y a deux courbures égales pour une sphère.



Si  $R$  est très petit, alors le saut de pression est très grand. Donc par exemple lorsque les conditions sont réunies pour la condensation, celle-ci se fera de manière privilégiée sur des sites de nucléation, tels que les grains de sel de l'expérience.

Ce processus se passe pour la nucléation des gouttes de pluie dans les nuages. Les grains de sel proviennent en grande partie de l'évaporation de petites gouttes d'eau de mer dans les embruns par exemple ou bien gênées lorsqu'une bulle d'air remonte à la surface et crée un jet.

La dégazification du  $\text{CO}_2$  du champagne, comme l'évaporation de l'eau portée au dessus de  $100^\circ$  comme la création des gouttes de pluie sont des phénomènes méta-stables : même si toutes les bonnes conditions sont réunies, le phénomène ne

se produire que s'il y a des sites de nucléation disponibles pour la création des gouttes et des bulles.

