

Formation de digitations lors de l'impact d'une goutte sur un film liquide

Denis Gueyffier, Stéphane Zaleski

Laboratoire de Modélisation en Mécanique, UMR CNRS 7607, Université Pierre et Marie Curie, Tour 66, 4 place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05

Mél: dgueyffi@lmm.jussieu.fr

Résumé. L'impact d'une goutte de diamètre D sur un film liquide est étudié numériquement en trois dimensions, avec et sans symétrie axiale. Lorsque la symétrie axiale est brisée par une petite perturbation initiale harmonique, une couronne surmontée de digitations croissantes est observée. Une amplitude initiale de perturbation de $0.005D$ suffit. Le calcul permet de mettre en évidence les accélérations impulsives subies par l'interface liquide gaz peu après l'impact. Les doigts se forment à l'emplacement des creux de la perturbation initiale, inversant ainsi le sens de la courbure au cours de leur développement. La longueur de ces doigts augmente en proportion du temps.

Simulation numérique / simulation directe / interfaces / éclaboussure / impact de gouttes

Fingers formation during droplet impact on a liquid film

Abstract. *The impact of a droplet of diameter D on a liquid film is studied numerically in three dimensions of space, with and without axisymmetry. When this axisymmetry is broken by a small perturbation, a crown topped with growing fingers is obtained. An initial perturbation amplitude of $0.005D$ is enough. Simulations provide evidence for impulsive accelerations of the liquid-gas interface soon after impact. Fingers form where the troughs of the initial perturbation were. Thus curvature is reversed just when fingers develop. The length of these fingers grows linearly in time.*

Direct numerical simulation / interfaces / splash / droplet impact

Abridged english version

Splashing droplets are spectacular and often photographed [1]. If the droplet is fast enough, the liquid rebounds in characteristic corolla shape. The corolla is crowned with liquid fingers and secondary droplets, as in the Edgerton “milk crown” [1]. Moreover, as any freely hanging liquid layer, the corolla ends with a characteristic rim [4, 5].

The origin of the liquid fingers is mysterious. One explanation involves a geometric singularity in the motion of the end rim [6, 7]. Another is the appearance of an instability of the rim [8, 9] such as the one appearing on a liquid cylinder under capillary forces

[4, 10]. Finally some experimentalists have observed modulations of the thickness of the corolla and even holes, ahead of finger formation.

We solve the incompressible Navier-Stokes equations with two fluids using the method described in [11, 12, 13, 14]. The discretization is performed on a MAC-type staggered grid. Pressure is found by the explicit projection method. The interface is followed by the Volume of Fluid/Piecewise Linear Interface Calculation (VOF/PLIC) method. The capillary force is computed in terms of interface curvature, and then spread on nearby nodes.

We simulate the impact of a droplet of density ρ and viscosity μ on a layer of thickness h of the same liquid. The physical properties of the external medium are noted μ' and ρ' . The droplet has a diameter D and falls with a velocity U . First, axisymmetric simulations confirm the law of ref. [6] for the evolution of the corolla radius $r_c = (UDt)^{1/2} f(D/h)$ where f is universal (*figure 1*). Large pressure maxima are observed when the droplet first touches the film. Large pressures are also observed at later times at the foot of the corolla (*figure 2*).

Three dimensional calculations were performed in the domain $0 < x < L, 0 < y < L, 0 < z < L$. Mirror boundary conditions then allow to simulate a droplet on the axis $x = y = 0$ with fourfold symmetry. In all simulations the ratio D/L is equal to 0.2. No fingering is observed with unperturbed droplets, but a small harmonic perturbation yields fingering. The initial condition for the droplet surface is $r = D[0.5 + \xi_0 \cos 12\theta + \xi_0 \cos 12\phi]$, where we took $0.005 \leq \xi_0 \leq 0.019$. These fingers grow linearly in time (*figure 3*).

Since some of the simulations which exhibit fingers were performed without surface tension, it follows that capillary effects are not required for fingering to occur. Moreover, several (not reported here) axisymmetric simulations show that viscosity plays little role in the splashing-up of the corolla.

A possible instability mechanism could be linked to the sudden acceleration of the interface. The impact of a liquid mass on a solid obstacle produces an instantaneous pressure gradient similar to the impulse undergone by a solid body colliding with another solid body [15]. Thus the droplet impact produces a sudden and large acceleration of the interface. This may make the interface unstable in the manner described by Richtmyer [16]. This theory predicts perturbations growing like time t , in agreement with our numerics. This idea will be further developed in a future paper [17].

1 Introduction

Les éclaboussures provoquées par l'impact de gouttelettes sur des films minces sont des phénomènes spectaculaires et souvent photographiés [1]. Si la vitesse d'impact est suffisante, le liquide rebondit sous forme d'une lame annulaire, mince et verticale, en forme de corolle [2, 3]. Cette corolle est surmontée de digitations qui donnent à l'ensemble une forme de couronne. Ces digitations donnent naissance à des gouttelettes secondaires de taille beaucoup plus petite que la gouttelette impactante. La célèbre "couronne de lait" d'Edgerton est un phénomène de ce type. En outre, comme toutes les lames liquides minces

Formation de digitations lors de l'impact d'une goutte

dont une extrémité est libre [4, 5] la corolle est surmontée d'un bourrelet en extrémité.

Les digitations constitutives de ce phénomène sont mystérieuses. Une corolle sans digitation, parfaitement axisymétrique étant aussi possible en principe, un mécanisme de perturbation et d'instabilité doit être responsable de la formation des digitations et des formations de gouttes. Une des explications de ce phénomène est l'apparition d'une singularité géométrique lors du mouvement du bourrelet d'extrémité, analogue aux caustiques formées lors du mouvement à vitesse constante des fronts de flamme [6, 7]. Une autre hypothèse est l'apparition d'une instabilité capillaire du bourrelet [8, 9]. En effet un bourrelet en extrémité de nappe est approximativement un cylindre, qui en présence de tension capillaire est soumis à l'instabilité de Plateau-Rayleigh [4, 10]. Enfin certains expérimentateurs ont observé des modulations de l'épaisseur de la corolle, et même des trous en avance sur la formation des digitations. Il pourrait alors s'agir d'une instabilité de la corolle.

Nous présentons dans cette note des résultats numériques basés sur la méthode suivante. Nous résolvons les équations de Navier-Stokes incompressibles à deux fluides. Le liquide et le gaz sont séparés par une interface sujette à une tension capillaire σ constante. L'ensemble de la méthode numérique est décrit dans [11, 12, 13, 14]. La discrétisation est assurée par une méthode en maillage décalée dite "MAC". La pression est trouvée par une méthode de projection explicite. L'interface est suivie par la méthode de Volume de Fluide/Calcul d'interface affine par morceaux (CIAM en français, en anglais Volume Of Fluid/Piecewise Linear Interface Calculation ou VOF/PLIC). La force capillaire est calculée en fonction de la courbure de l'interface, puis réparties sur les nœuds voisins de celle-ci.

2 Résultats des simulations

Nous simulons l'impact d'une goutte de densité ρ et de viscosité μ sur un film mince d'épaisseur h constitué du même liquide. Les propriétés physiques du milieu extérieur sont notées μ' et ρ' . La goutte, de diamètre D tombe verticalement avec une vitesse U . On note $Re = \rho U D / \mu$ et $We = \rho U^2 D / \sigma$.

Les simulations axisymétriques permettent entre autres d'observer l'évolution du rayon r_c de la base de la corolle. La loi en racine carrée de la ref. [6] est observée. Nous trouvons (*figure 1*) $r_c = (U D t)^{1/2} f(D/h)$ où $f(\cdot)$ est une fonction universelle, ce qui signifie que le rayon $r_c(t)$ est indépendant des propriétés physiques ρ, μ, σ etc. Nous avons analysé l'évolution de nombreuses autres quantités au cours du phénomène. Des pics de pression furent observés à la base de la corolle et au moment de sa création près du point de tangence entre la paroi de la goutte et la surface du film (*figure 2*). Pour réaliser des simulations tridimensionnelles non-axisymétriques, nous avons effectué les calculs dans le domaine cubique $0 < x < L, 0 < y < L, 0 < z < L$. La goutte est centrée sur l'axe $x = y = 0$, ainsi seul un quart de goutte est simulé. Des conditions aux limites "miroir" sur les parois verticales du cube permettent la simulation du phénomène avec une symétrie d'ordre quatre autour de l'axe vertical. Le rapport D/L est égal à 0.2 dans toutes les simulations.

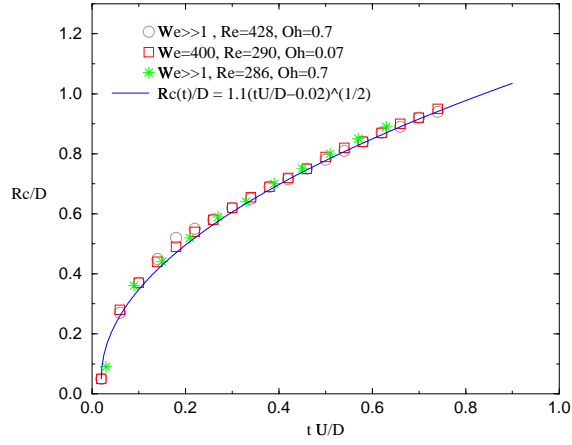


FIG. 1 – Évolution du rayon r_c de la base de la lamelle en fonction du temps pour différents Re et We et à D/h fixé. Le rayon r_c suit une loi en $t^{1/2}$.

FIG.1 Evolution in time of the bottom of the lamella radius for several Re and We with a constant D/h . The radius r_c scales like $t^{1/2}$.

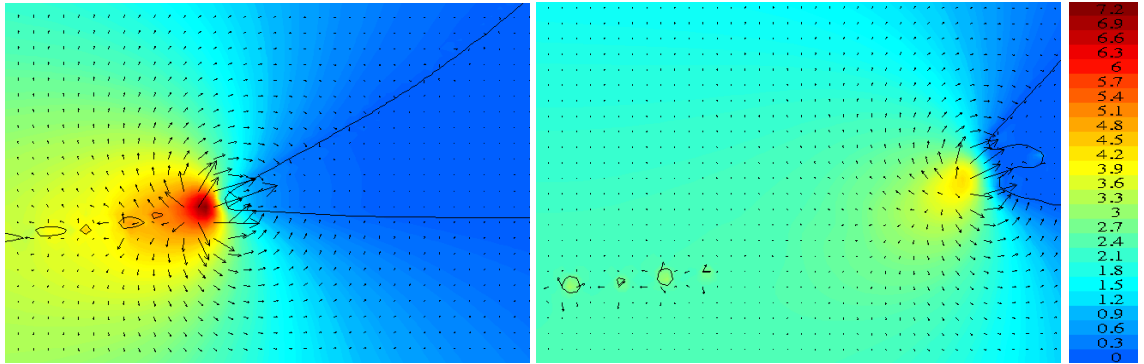


FIG. 2 – Champ de pression dans la région du point de contact avant ($t = 0.04D/U$, à gauche) et après la formation de la lamelle ($t = 0.085D/U$, à droite) adimensionné par la pression d'impact $p_0 = 1/2\rho U^2$. Les accélérations associées aux gradients de pression $\gamma = -\frac{1}{\rho}\nabla p$ sont représentées par des flèches noires. L'interface de la lamelle subit une accélération impulsive, puis elle est libre. $Re = 1500$, $We = 600$, $\rho/\rho' = 700$, $D/h = 6.67$, 512^2 points de maillage.

FIG.2 - Pressure field in the contact zone before ($t = 0.04D/U$, left) and after the formation of the lamella ($t = 0.085D/U$, right) nondimensionalized by the impact pressure $p_0 = 1/2\rho U^2$. Black arrows represent the accelerations $\gamma = -\frac{1}{\rho}\nabla p$ associated with the pressure gradients. The interface of the lamella is impulsively accelerated and then is free.

Formation de digitations lors de l'impact d'une goutte

Lorsque la goutte est lancée sans perturbation, un développement quasi axisymétrique de la corolle est observé. Nous n'avons pas observé de digitations dans ce cas. Par contre une petite perturbation initiale de la surface de la goutte produit des digitations. La nouvelle équation de la surface en fonction des angles d'Euler θ et ϕ est $r = D[0.5 + \xi_0 \cos 12\theta + \xi_0 \cos 12\phi]$. L'amplitude initiale ξ_0 des perturbations a varié entre 0.005 et 0.019. Les doigts croissent au niveau des creux de la perturbation initiale, en $\phi = \pi/12 + k\pi/6$, la courbure de l'interface s'inversant au moment de la formation de la corolle (*figure 3*). La longueur de ces doigts croît en proportion du temps t .

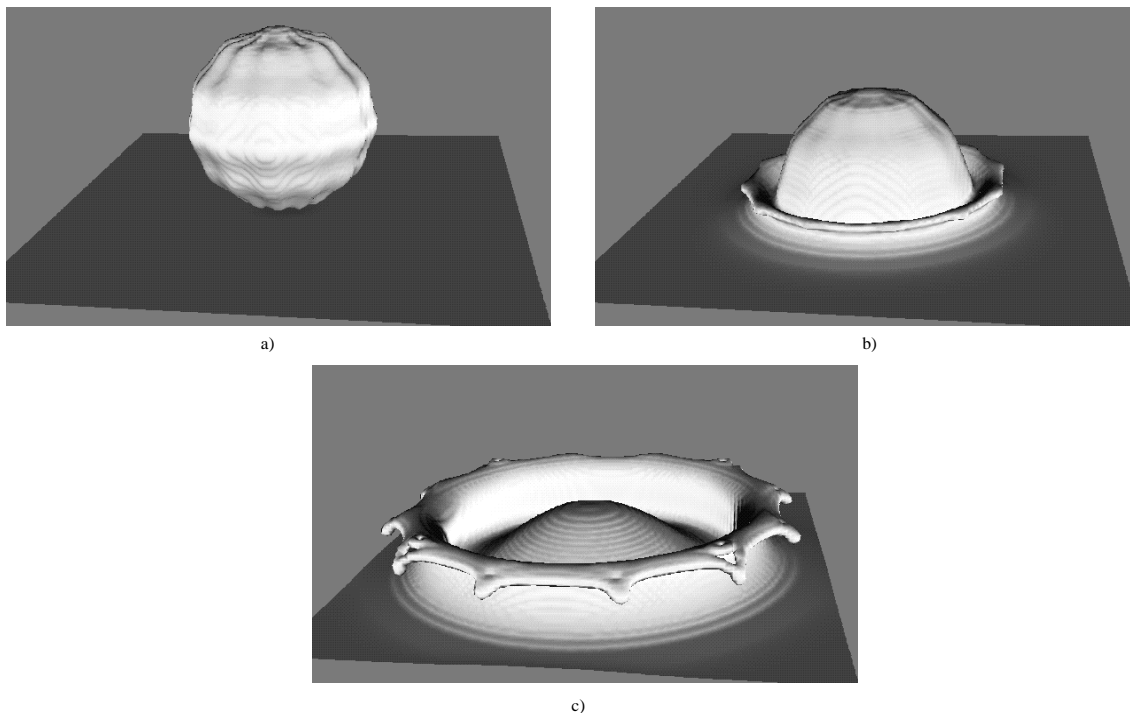


FIG. 3 – Formation d'une couronne lors de l'impact d'une goutte perturbée initialement. a) $t = 0$, b) $t = 0.33D/U$, c) $t = 0.72D/U$. $\xi_0 = 0.008$, $We = 1785$, $Re = 278$, $\rho/\rho' = 290$, $D/h = 4.45$.

FIG.3 - Crown formation during the impact of an initially perturbed droplet.

3 Discussion

Le mécanisme de formation des doigts peut être discuté en fonction de ces résultats. Certaines des simulations ont été effectuées sans tension capillaire. Celle-ci n'est donc pas indispensable pour la formation des doigts. En outre il semble que la viscosité joue elle aussi un faible rôle dans le phénomène, nos calculs axisymétriques comme pleinement tri-dimensionnels montrent un faible effet de la viscosité sur la plupart des variables mesurées.

Un mécanisme possible d'instabilité pourrait être lié à l'accélération soudaine de l'interface. L'impact d'une masse liquide sur un obstacle solide produit un gradient de pression instantané et une accélération instantanée analogues à l'impulsion subie par un corps solide lors d'un choc. La formation d'une lame verticale lors de l'impact d'une vague sur une jetée est un phénomène de ce type, analysé dans la réf. [15]. La situation présente est cependant plus complexe, puisqu'il s'agit d'un choc liquide sur liquide et que le contact se fait au point de tangence et non sur une région de taille finie. Cependant les simulations montrent bien que l'interface est accélérée du liquide vers le gaz pendant un temps très bref. Une interface accélérée est par ailleurs sujette à une instabilité. Un fait remarquable est que lorsque l'accélération est impulsive, l'instabilité se produit, que l'accélération soit dirigée du liquide vers le gaz ou inversement [16]. Lorsque l'accélération est impulsive, le développement des perturbations est proportionnel au temps comme dans les simulations. Une instabilité similaire à celle de Richtmyer-Meshkov due à l'impulsion de pression lors de l'impact est donc un candidat possible pour le mécanisme de formation de la couronne. Cette idée est en cours d'approfondissement et fera l'objet d'une future publication [17].

Remerciements. Nous tenons à remercier l'IDRIS, le CNES et l'ONERA pour leur soutien.

Références

- [1] Jussim E., Kayafas G., Hayafas G., *Stopping Time: The Photographs of Harold Edgerton*, Harry N. Abrams, 1987.
- [2] Prosperetti A., Oğuz H.N., The impact of drops on liquid surfaces and the underwater noise of rain, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 25 (1993) 577–602.
- [3] Rein M., Phenomena of liquid drop impact on solid and liquid surfaces, *Fluid Dyn. Research* 12(2) (1993) 61–93.
- [4] Lord Rayleigh, *Scientific Papers*, volume III, Cambridge, 1891, pp. 441–451.
- [5] Culick F. E. C., Comments on a ruptured soap film, *J. Appl. Phys.* 31 (1960) 1128–1129.
- [6] Yarin A.L., Weiss D.A., Impact of drops on solid surfaces: self-similar capillary waves, and splashing as a new type of kinematic discontinuity, *J. Fluid. Mech.* 283 (1995) 141–173.
- [7] Rieber M., Frohn A., Numerical simulation of splashing drops, *Proceedings of ILASS98*, Manchester, 6-8 July 1998.
- [8] Fullana J. M., Zaleski S., Stability study of the rim creation in a sheet of uniform thickness, 1998, soumis à *Phys. Fluids*.

Formation de digitations lors de l'impact d'une goutte

- [9] Taylor G. I., The dynamics of thin sheets of fluid III. Disintegration of fluid sheets, Proc. Roy. Soc. London A 253 (1959) 313–321.
- [10] Eggers J., Universal pinching of 3D axisymmetric free-surface flow, Phys. Rev. Lett. 71 (1993) 3458–3461.
- [11] Lafaurie B., Nardone C., Scardovelli R., Zaleski S., Zanetti G., Modelling merging and fragmentation in multiphase flows with SURFER, J. Comput. Phys. 113 (1994) 134–147.
- [12] Li J., Calcul d'interface affine par morceaux (piecewise linear interface calculation), C. R. Acad. Sci. Paris, 320 série IIB (1995) 391–396.
- [13] Li J., Résolution numérique de l'équation de Navier-Stokes avec reconnection d'interfaces. Méthode de suivi de volume et application à l'atomisation, thèse de doctorat, Université de Paris 6, 1996.
- [14] Gueyffier D., Li J., Nadim A., Scardovelli R., Zaleski S., Volume of fluid interface tracking with smoothed surface stress methods for three-dimensional flows, soumis à J. Comput. Phys. 1998.
- [15] Cooker M. J., Peregrine D. H., Pressure impulse theory for liquid impact problems, J. Fluid. Mech. 297 (1995) 193–214.
- [16] Richtmyer R. D., Taylor instability in shock acceleration of compressible fluids, Comm. Pure Appl. Math. 8 (1960) 297–319.
- [17] Gueyffier D., Formation de doigts liquides par un mécanisme d'accélération impulsive, en préparation, 1998.