

Convection thermique mixte sur une plaque horizontale refroidie: disparition de la singularité

Pierre-Yves Lagrée
Laboratoire de Modélisation en Mécanique
Université PARIS VI, FRANCE
Email: pyl@ccr.jussieu.fr

La couche limite de convection "thermique mixte" est ici revisitée. Il s'agit de décrire l'écoulement stationnaire 2D laminaire sur une plaque plane refroidie (convection forcée) en tenant compte de la poussée d'Archimède (convection naturelle).

Ecrites en variables de couche limite (après adimensionalisation et après avoir fait tendre le nombre de Reynolds vers l'infini) les équations se lisent:

$$\frac{\partial}{\partial x}u + \frac{\partial}{\partial y}v = 0, \quad u \frac{\partial}{\partial x}u + v \frac{\partial}{\partial y}u = -\frac{\partial}{\partial x}p + \frac{\partial^2}{\partial y^2}u, \quad (1)$$

$$0 = -\frac{\partial}{\partial y}p + J\theta, \quad u \frac{\partial}{\partial x}\theta + v \frac{\partial}{\partial y}\theta = \frac{\partial^2}{\partial y^2}\theta. \quad (2)$$

Les conditions aux limites sont *a priori*:

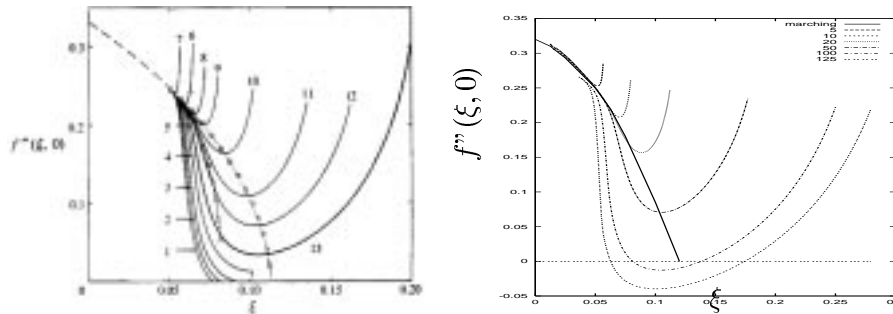
une condition d'entrée ($u(0, y) = 1, v(0, y) = 0, \theta(0, y) = 0$),

une condition d'adhérence à la paroi ($u(x, 0) = 0, v(x, 0) = 0, \theta(x, 0) = 1$), et

une condition de raccord ($u(x, \infty) = 1, \theta(x, \infty) = 0, p(x, \infty) = 0$) (raccord avec l'écoulement non perturbé par la plaque).

Le paramètre J jauge l'effet relatif de la convection naturelle par rapport à la convection forcée.

Si ce système est résolu par une "marche en avant" en x , on constate que dans le cas de la paroi refroidie, ($J < 0$), des solutions explosives apparaissent (appelées aussi solution de branchement, voir figure de gauche).



Le frottement parétal réduit (pente de la vitesse à la paroi) $f''(\xi, 0) = \frac{\partial u}{\partial y}(x, 0)\sqrt{x}$ fonction de $\xi = |J|\sqrt{x}$: résolution par une marche en avant en x (Steinrück (1994)) (gauche) résolution numérique différente montrant la séparation de la couche limite, chaque courbe est associée à une longueur de domaine différente x_{out} (droite).

La singularité observée par les différents auteurs peut être réinterprétée dans le cadre de la triple couche. Deux structures peuvent alors être mises en évidence, une en double couche si $|J| \ll 1$,

et une autre en simple couche si $|J| = O(1)$. Ces résultats sont une réinterprétation des résultats de Steinrück (94).

Cela montre que la résolution en marchant, qui pré suppose que les équations sont paraboliques en x est fautive. La triple couche démontre clairement qu'il faut introduire une condition supplémentaire en aval.

Après imposition d'une nouvelle condition aux limites *ad hoc* en sortie: $\partial_x f(x = x_{out}, y) = 0$, (avec $f = u, v, \theta, p$), une version instationnaire du système (1)- (2) est effectuée. Suivant la dimension du domaine qui est choisie (notée x_{out} , figure de droite), on observe plusieurs courbes de frottement pariétal. La naissance exponentielle de chacune des courbes de la figure de gauche s'interprète alors comme une solution locale de triple couche, puis (figure droite) comme une solution associée à une longueur de domaine différent. Certaines des solutions sont associées à une séparation de la couche limite (courant de retour).

Références

W. Schneider & M.G. Wasel (1985): "Breakdown of the boundary layer approximation for mixed convection above an horizontal plate", Int. J. Heat Mass Transfert , Vol. 28, No 12, pp. 2307-2313.

H. Steinrück (1994): "Mixed convection over a cooled horizontal plate: non-uniqueness and numerical instabilities of the boundary layer equations", J. Fluid Mech., vol 278, pp. 251-265.