

Comparison of Reduced Navier Stokes computation

de Bruin B^{1,2}, Lagrée P-Y², Lorthois S³, Vilain C⁴, Veldman AEP¹

Navier Stokes and Stokes unsteady in a stenosis.

(1) RoG University of Groningen NL
 (2) Lab. de Modélisation en Mécanique, UMR CNRS 7607, B 162, Université Paris 6
 EYL@ccr.jussieu.fr
 (3) Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse, UMR CNRS 5502
 (4) Institut de la Communication Parole
 I-N-P-G, Grenoble

Mécanique des Fluides

* NAVIER STOKES

x et y mesurés avec h, u et v avec U₀

$$\frac{\partial}{\partial x}u + \frac{\partial}{\partial y}v = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}u + u \frac{\partial}{\partial x}u + v \frac{\partial}{\partial y}u = - \frac{\partial p}{\partial x} + \text{Re}^{-1} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}u + \frac{\partial^2}{\partial y^2}u \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}v + u \frac{\partial}{\partial x}v + v \frac{\partial}{\partial y}v = - \frac{\partial p}{\partial y} + \text{Re}^{-1} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}v + \frac{\partial^2}{\partial y^2}v \right).$$

Sur la paroi u = 0, v = 0

----- versax -----

* REDUCED NAVIER STOKES RNSP

x mesuré avec hRe, y mesuré avec h, u avec U₀, v avec Re^{1/2}U₀

$$\frac{\partial}{\partial t}u + u \frac{\partial}{\partial x}u + v \frac{\partial}{\partial y}u = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}u \text{ et } 0 = - \frac{\partial p}{\partial y}.$$

Sur la paroi u = 0, v = 0

PROBLÈME:

Comparer une résolution simplifiée à une résolution complète des équations de Navier Stokes dans un canal rigide avec sténose.

Méthodes numériques

* CODE COMFLO (Univ Groningen)

Méthode de projection écrite en différences finies,

Entrée imposée, pression constante en sortie.

* CODE RNSP

Méthode de type couche limite inverse en différences finies à t fixé on marche en x

La pression est calculée de manière à assurer les conditions d'adhérence.

La pression de sortie est un résultat du calcul.

RÉSULTATS:

Comparaisons dans des cas numériques

Exemple de départ impulsif et solution stationnaire.

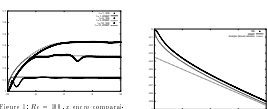


Figure 10: Profil de vitesse au centre NS, RNSP et Peineville.

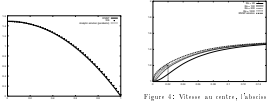


Figure 11: Profil de pression au centre NS, RNSP et Peineville.

Exemple Pulsé

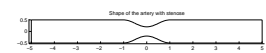


Figure 12: Géométrie d'un vaisseau.

Vitesse au centre: $u(x=0, y=0) = 1.21 \cos(\omega t) + 1.21$

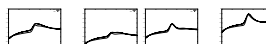


Figure 13: Vitesse au centre t=0, 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000. Échelle sans dimension.

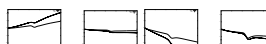


Figure 14: La pression sans dimension t=0, 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000.



Figure 15: La vitesse au centre t=0, 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000. Échelle sans dimension.



Figure 16: La pression sans dimension t=0, 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000.

Effet 3D dans le profil d'entrée sur une sténose 2D.

Flux total de 1.00, Re = 100.



Figure 17: Trois profils différents en entrée. Dimensions en cm.

Effet de la distribution grille 32X128X128 et du Comflo de 3 jours sur Linux PC 714. Vitesse au centre du tube pour les trois différents profils de vitesse. Effets de grille. Dimensions en cm.

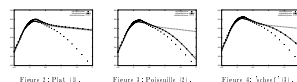


Figure 18: Vitesse au centre t=0, 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000.

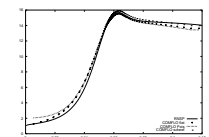


Figure 19: Vitesse au centre t=0, 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000. Échelle sans dimension.

Influence de l'Ani sur l'Amont.

Les équations RNSP sont paraboliques alors que les équations NS sont elliptiques. En fait le confinement rend le problème PARABOLIQUE. La non influence de l'aval sur l'amont est traitée sur une configuration 2D:

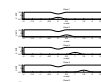


Figure 20: Vitesse au centre t=0, 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000.

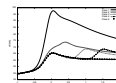


Figure 21: Vitesse au centre t=0, 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000.

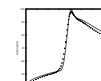


Figure 22: Vitesse au centre t=0, 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000.



Figure 23: Vitesse au centre t=0, 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000.

Comparaisons avec Siegel.



Figure 24: La vitesse au centre, longue sténose, x en cm.

Figure 25: La vitesse au centre, courte sténose, x en cm.

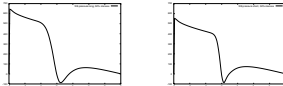


Figure 26: La pression au centre, longue sténose, x en cm.

Figure 27: La pression au centre, courte sténose, x en cm.

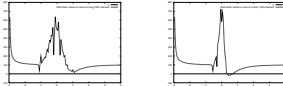


Figure 28: Clivage partiel, longue sténose. Remarque le problème de distribution, x en cm.

Figure 29: Clivage partiel, courte sténose. Remarque le problème de distribution, x en cm.

Sténose courte: longueur=8, rayon=12, Sténose longue: longueur=12, rayon=12, Re=100, 2 cm, 2 jours, 1000 min.

Comparaisons avec une méthode intégrale.

On compare ici la résolution entre RNSP-NS et une méthode intégrale.

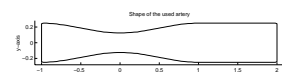


Figure 30: Sténose choisie, (dimensions en cm)

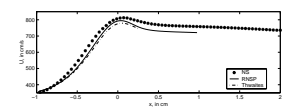


Figure 31: Vitesse et Pression en x=0, (Re = 100, a = 1, h = 1.0, n = 10)

CONCLUSION

- les effets d'entrée sont vite estompés (sur une distance inférieure à .1hRe) que le profil soit 2D ou 3D.

- Dans un tuyau la solution est fortement parabolique en espace (l'aval n'influence pas l'amont)

- En conséquence la modélisation RNSP est plus rapide et quasiment autant précise.

- Utilisation pour simuler des phénomènes sur de longues périodes (cf la glotte...)

RÉFÉRENCES

[1] Siegel J.M., Markou C.P., Ku D.N., Hamon S.R., (1994): A scaling law for wall shear stress through an arterial stenosis. ASME J. Biomech. Engng. 116, 446-451
 [2] Lorthois S., Lagrée P.-Y., Marc-Vergnes J.-P. & Cassez F. (2000): Maximal wall shear stress in arterial stenoses: Application to the internal carotid arteries. Journal of Biomechanical Engineering, Volume 122, Issue 6, pp. 661-666