

Écoulement dans la glotte :  
Comparaison de modèles théoriques simplifiés aux résultats de  
mesures sur modèle in-vitro rigide.

Rapport de stage de DEA : Acoustique Appliquée

Deverge Mickaël

Supervision :  
TU/e : A.Hirschberg,  
Paris VI : P-Y. Lagrée,  
ICP/INPG : C. Vilain,  
LAUM : Y. Aurégan.

16 Juillet 2002

# Résumé

Nous étudions l'écoulement dans un modèle in-vitro rigide oscillant de glotte. Le but de cette recherche est le développement de modèle physique de la production de sons voisés. Nous comparons des mesures de pression glottique avec des résultats théoriques obtenus pour plusieurs approximations des équations de Navier-Stokes. Le modèle simple supposant la formation d'un jet libre au col de la glotte, suivit d'une dissipation de toute l'énergie cinétique sans récupération, permet une prédiction raisonnable du débit si nous employons l'équation de Bernoulli quasi-stationnaire pour calculer la vitesse dans le jet. Ce genre de modèle est utilisable pour expliquer l'oscillation des lèvres d'un musicien jouant un cuivre si la contre-réaction acoustique est forte. Pour la parole, l'effet de l'acoustique sur les oscillations des cordes vocales est du second ordre. Il est donc important de décrire plus en détail la distribution de pression dans la glotte. En particulier de pouvoir prédire la pression négative qui tend à refermer la glotte au cours de l'oscillation. Cette pression négative, appelée "effet Bernoulli", est difficile à calculer. Nous considérons ici l'utilisation de modèles d'écoulements quasi-stationnaires et mono-dimensionnels (approximation de couches limites de Prandtl). Les modèles discutés prévoient le bon ordre de grandeur de cette pression négative tant qu'il n'y a pas de choc. Au moment du choc, l'effet de pompage dû au mouvement de parois et l'effet de la viscosité deviennent essentiels. La transition entre un modèle de Reynolds (basé sur l'équilibre entre les forces visqueuses et les forces de pression) et le modèle de couche limite de Prandtl reste à développer. De plus, l'effet de l'élasticité des tissus sur l'écoulement devient critique pendant le choc.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Grandeurs caractéristiques</b>	<b>8</b>
2.1	Cordes vocales humaines . . . . .	8
2.2	Nombres adimensionnels . . . . .	9
2.2.1	Reynolds . . . . .	9
2.2.2	Prandtl . . . . .	11
2.2.3	Strouhal . . . . .	11
2.2.4	Mach . . . . .	11
2.2.5	Helmholtz . . . . .	12
2.2.6	Froude . . . . .	12
2.2.7	Caractérisation géométrique . . . . .	13
2.3	Approximations théoriques . . . . .	13
2.3.1	Nécessité d'une approximation . . . . .	13
2.3.2	Paradoxe de d'Alembert . . . . .	14
2.3.3	Couches limites et séparation . . . . .	14
2.3.4	Approximation de Reynolds . . . . .	17
<b>3</b>	<b>Montage expérimental</b>	<b>19</b>
3.1	Vue d'ensemble du montage . . . . .	19
3.2	Détails du montage . . . . .	20
<b>4</b>	<b>Résultats expérimentaux</b>	<b>22</b>
4.1	Etude stationnaire . . . . .	22
4.1.1	Canal à hauteur uniforme . . . . .	22
4.1.2	Lèvres à petite gaussienne . . . . .	24
4.1.3	Lèvres à grande gaussienne . . . . .	24
4.1.4	Lèvres rondes . . . . .	24
4.2	Oscillation sans choc : grandes ouvertures . . . . .	30
4.2.1	Canal à hauteur uniforme . . . . .	30
4.2.2	Lèvres à petite gaussienne . . . . .	30
4.2.3	Lèvres à grande gaussienne . . . . .	30
4.2.4	Lèvres rondes . . . . .	30
4.3	Oscillation sans choc : petites ouvertures . . . . .	36
4.3.1	Canal à hauteur uniforme . . . . .	36
4.3.2	Lèvres à petite gaussienne . . . . .	36

4.3.3	Lèvres à grande gaussienne . . . . .	39
4.3.4	Lèvres rondes . . . . .	39
4.4	Oscillation avec chocs . . . . .	42
4.4.1	Canal à hauteur uniforme . . . . .	42
4.4.2	Lèvres à petite gaussienne . . . . .	42
4.4.3	Lèvres à grande gaussienne . . . . .	42
4.4.4	Lèvres rondes . . . . .	46
4.4.5	Importance de la forme sur le choc . . . . .	46
<b>5</b>	<b>Conclusion Générale</b>	<b>48</b>
<b>A</b>	<b>Quelques notions sur la parole</b>	<b>51</b>
A.1	Classification des sons . . . . .	51
A.2	Physiologie . . . . .	51
A.3	Différentes prosodies . . . . .	53
A.4	Modélisation à deux masses . . . . .	54
<b>B</b>	<b>Théories</b>	<b>56</b>
B.1	Navier-Stokes . . . . .	56
B.2	Solutions approchées des équations de couche limite . . . . .	57
B.2.1	Approximation de Prandtl (Navier-Stokes Réduit) . . . . .	57
B.2.2	Blasius . . . . .	59
B.2.3	Approximation de Reynolds stationnaire . . . . .	59
B.2.4	Approximation de Reynolds instationnaire . . . . .	59
B.2.5	Bernoulli stationnaire . . . . .	60
B.2.6	Bernoulli instationnaire . . . . .	61
B.2.7	Von Kàrmàn . . . . .	62
B.2.8	Van Zon . . . . .	62
B.2.9	Thwaites . . . . .	65
B.2.10	Interactive Boundaries layers . . . . .	67
<b>C</b>	<b>Calibration des capteurs de pression</b>	<b>69</b>
<b>D</b>	<b>Calibration de l'ouverture h de la glotte</b>	<b>72</b>
<b>E</b>	<b>Nomenclature</b>	<b>77</b>

# Chapitre 1

## Introduction

Cette étude a pour objectif l'aide aux diagnostics de pathologies pour des applications médicales. Il s'agit de développer des modèles physiques simulant les oscillations des cordes vocales dans la production de la parole humaine (*cf.* annexe A).

Ce programme de recherche donne lieu à différentes coopérations, principalement :

- l'Institut de la Communication Parlée/INPG de Grenoble, où un modèle global est développé par C.Vilain et X.Pelorson.
- le Laboratoire de Modélisation Mécanique (LMM) de l'Université Paris VI où P-Y.Lagrée propose une solution aux équations de Navier-Stokes parabolisées.
- la Technische Universiteit d'Eindhoven (TU/e), où ces modèles, et d'autres, sont confrontés à des expériences in-vitro.

C'est dans cette optique que s'inscrit mon stage.

Deux types de modèles de lèvres in-vitro sont étudiés :

- les lèvres souples, constituées de tuyaux en latex et remplies d'eau. Ce modèle est inspiré par les recherches de J.Gilbert au LAUM pour les lèvres du tromboniste.
- les lèvres rigides, certes moins réalistes, mais qui ont le grand avantage de permettre une connaissance précise de la géométrie.

Le modèle à lèvres souples est utilisé pour étudier le couplage entre l'écoulement et les oscillations mécaniques des lèvres. Le modèle à lèvres rigides a pour but de déterminer la validité de modèles simplifiés de l'écoulement. Jusqu'ici ce travail était limité à des lèvres rigides fixes (Pelorson [2], Hofmans [19]). Nous considérons l'effet de l'oscillation de ces lèvres, et en particulier l'écoulement pendant le choc des lèvres.

Cette étude du choc est essentielle pour comprendre la production de la parole voisée. En effet, alors que les cordes vocales oscillent à des fréquences de l'ordre de  $10^2 Hz$ , notre ouïe est particulièrement sensible aux sons de fréquences beaucoup plus élevées, de l'ordre de  $10^3 Hz$ . Ces sons doivent donc être produits par un phénomène abrupt au cours de l'oscillation. L'analyse du signal de paroles voisées indique que c'est au moment du choc des cordes vocales que ces sons audibles sont produits.

Les modèles que nous considérons sont proches d'une géométrie 2-D plane. De plus, les dimensions du modèle sont trois fois plus grandes que les dimensions typiques des cordes vocales. Ceci permet de faciliter les expériences, et augmente la précision de la mesure de la géométrie. Nous commencerons ce rapport par une analyse des paramètres adimensionnels, qui déterminent le caractère de l'écoulement pour vérifier que notre

modèle satisfait les conditions de similarité hydrodynamique.

Nous avons étudié plusieurs géométries (*fig.1.1*) :

- le canal à hauteur uniforme
- les lèvres rondes
- les lèvres à gaussiennes

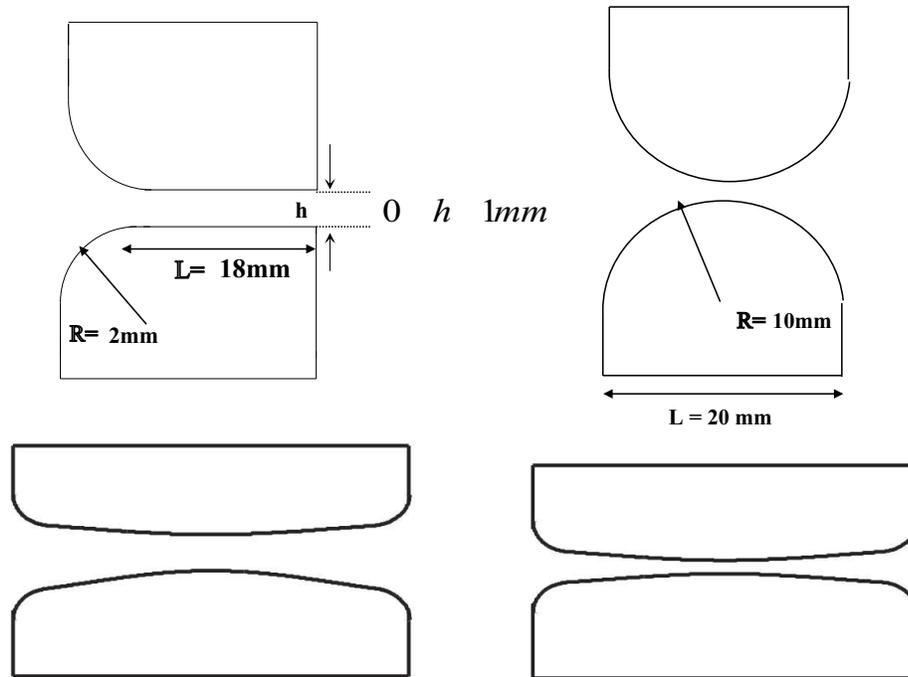


FIG. 1.1 – Modèles de cordes vocales utilisés dans les expériences, de gauche à droit et de haut en bas : canal à hauteur uniforme, lèvres rondes, lèvres à grande gaussienne, et lèvres à petite gaussienne.

A l'entrée du canal à hauteur uniforme, les arrêtes sont arrondies pour éviter les pertes de charge singulières dues à un décollement. Les arrêtes à la sortie du canal à hauteur uniforme sont droites pour fixer le point de séparation, qui détermine les pertes de charges singulières en sortie. Ceci mène à une configuration pour laquelle nous obtenons plusieurs modèles analytiques de comportement asymptotique.

Les lèvres rondes et gaussiennes ont une géométrie plus proche de la réalité physiologique. Cependant la séparation devient difficile à prévoir. Un calcul numérique s'impose. Nous chercherons cependant à utiliser des approximations, comme une hypothèse de quasi-stationnarité de l'écoulement. Le choix des géométries gaussiennes est guidé par l'idée d'avoir une transition entre la canal à hauteur uniforme et les lèvres rondes. De plus, le code numérique développé par Lagrée (LMM) converge mieux pour ce genre de géométries.

Le premier chapitre présente les grandeurs caractéristiques de notre étude. A partir

des cordes vocales humaines, nous caractériserons une série de nombres adimensionnels, permettant de simplifier les théories employées et de vérifier l'hypothèse de similarité hydrodynamique entr notre modèle in-vitro et les cordes vocales.

Le second chapitre présente le détail du montage expérimental avec lequel nous avons fait nos mesures.

Le troisième chapitre regroupe les résultats pour les différentes géométries, d'abord dans une étude stationnaire, puis l'effet de la hauteur à travers l'oscillation des grandes ouvertures jusqu'au choc.

Nous résumerons nos conclusions au chapitre quatre.

Ce rapport se poursuit avec divers annexes : d'abord une courte étude physiologique de la production de la parole, suivi d'un exposé plus complet des différentes théories utilisées. et enfin des précisions sur la calibration des capteurs utilisés pour les mesures.

Nous achèverons ce document sur une liste de références bibliographiques et un rappel de la nomenclature employée.

# Chapitre 2

## Grandeurs caractéristiques

### 2.1 Cordes vocales humaines

Dans l'annexe A, nous donnons un rappel des notions de base de la physiologie de l'appareil vocal. Nous considérons ici un modèle 2-D plan, décrit dans la figure (2.1). Dans cette figure, nous définissons aussi les paramètres de la géométrie :

- $L$  la longueur des cordes dans la direction de l'écoulement,
- $L_g$  la longueur transversale
- $h$  l'ouverture au col de la glotte
- $h_t$  la hauteur de la trachée
- $h_v$  la hauteur du conduit vocal

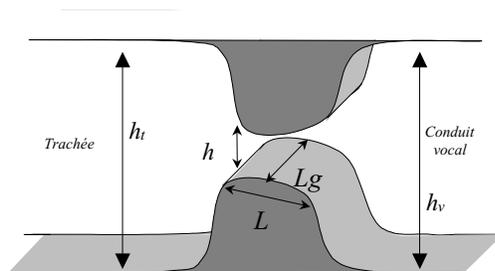


FIG. 2.1 – Représentation schématique des cordes vocales avec leurs dimensions. [15]

Les dimensions typiques des cordes vocales d'un homme mâle adulte employées dans l'analyse dimensionnelle sont représentées dans la table 1 (*Fant [27], Ishizaka [20], Hirano [26]*).

Largeur des cordes vocales $L_g$	14-18 mm
Longueur des cordes vocales $L$	6-9 mm
Ouverture du col de la glotte $h$	0-1 mm
Hauteur de la trachée $h_t$	20 mm
Hauteur du conduit vocal $h_v$	9-23 mm
Vitesse de l'écoulement au col $u_0$	10-30 m/s
Pression de phonation $p_t$	$10^2$ - $10^3$ Pa
Fréquence fondamentale de phonation $f_0$	80-160 Hz
Densité moyenne de l'air $\rho_0$	1,2 kg m <sup>-3</sup>
Pression moyenne $p_0$	$10^5$ Pa
Température moyenne $T_0$	310 K
Vitesse de propagation du son $c_0$	350 m s <sup>-1</sup>
Viscosité dynamique de l'air $\mu$	$1,8 \cdot 10^{-5}$ Pa.s

Table 1 : Grandeurs typiques dans la glotte pour un homme mâle adulte [18].

Notre modèle de cordes vocales fait approximativement trois fois la taille réelle des cordes vocales ( $L = 2cm$ ). De plus, la largeur  $L_g$  de notre modèle de glotte est constante ( $L_g = 3cm$ ).

## 2.2 Nombres adimensionnels

Nous présentons maintenant les nombres adimensionnels obtenus en considérant le rapport des différents termes dans les équations de base de la mécanique des fluides (B.1 et B.2). En particulier, nous considérons l'équation de Navier-Stokes, qui pour un fluide Newtonien incompressible s'écrit :

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} \right] = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{u} \quad (2.1)$$

et l'équation de conservation de la masses correspondante s'écrivant :

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (2.2)$$

où :

$\vec{u}$  : la vitesse.

$p$  : la pression.

$\rho$  : la densité de l'air.

$\mu$  : la viscosité dynamique du fluide supposée constante.

### 2.2.1 Reynolds

Dans la littérature, le nombre de Reynolds  $Re_h = \frac{\rho u_0 h}{\mu}$  est souvent présenté comme une mesure de l'importance de la viscosité. Il faut cependant être prudent. Commençons

par comparer les forces d'inerties  $|\rho\vec{u} \cdot \nabla\vec{u}| \sim \rho u_0^2 L^{-1}$  aux forces visqueuses  $|\mu\nabla^2\vec{u}| \sim \mu u_0 h^{-2}$  dans l'équation (2.1). Pour les dimensions caractéristiques de la glotte (voir Table 1). En supposant une ouverture moyenne de la glotte  $h = 1$  mm, nous trouvons :

$$\frac{|\rho\vec{u} \cdot \nabla\vec{u}|}{|\mu\nabla^2\vec{u}|} \sim \frac{\rho u_0 h^2}{\mu L} = o(10^2) \quad (2.3)$$

où :

$u_0$  : la vitesse au col.

$L$  : la longueur de canal glottique.

$h$  : l'ouverture au col de la glotte.

Il semble donc que le terme d'inertie soit bien plus grand que le terme des forces visqueuses. L'écoulement ne peut cependant pas être considéré comme non visqueux. La viscosité reste toujours importante près des parois, dans une couche limite d'épaisseur  $\delta$ . La présence de couches limites provoque un décollement de l'écoulement à la sortie de la glotte et la formation d'un jet libre. La dissipation de l'énergie cinétique dans ce jet permet d'expliquer le contrôle du flux d'air par les oscillations des cordes vocales. Si les couches limites visqueuses sont minces des approximations intéressantes pourront être introduites. Le transfert d'impulsion par la viscosité correspond à un processus de diffusion avec, comme coefficient de diffusion, la viscosité cinématique définie par :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = 1,5 \cdot 10^{-5} m^2 \cdot s^{-1}. \quad (2.4)$$

Le temps de diffusion correspond au temps de convection d'une particule d'air passant à travers la glotte  $\tau_c \sim L/u_0$ . L'ordre de grandeur de l'épaisseur  $\delta$  des couches limites visqueuses dans la glotte est :

$$\frac{\delta}{h} \simeq \frac{\sqrt{\tau\nu}}{h} \sim \sqrt{\frac{\nu L}{h^2 u_0}} = o(10^{-2}). \quad (2.5)$$

Les couches limites visqueuses peuvent donc être supposées minces.

Exprimé à l'aide de Reynolds, il apparaît que :

$$\frac{\delta}{h} \sim \sqrt{\frac{L}{h Re_h}}. \quad (2.6)$$

Ce qui correspond au rapport des forces visqueuses et d'inertie (équation 2.3).

De plus, le nombre de Reynolds donne aussi une indication pour la stabilité de l'écoulement. Au delà d'un certain nombre de Reynolds critique, l'écoulement peut devenir turbulent. Cette transition apparaît pour  $\frac{u_0 L}{\nu} \geq 10^5$ . Ceci est bien supérieur aux valeurs correspondantes à l'écoulement dans la glotte. L'écoulement dans la glotte sera donc supposé laminaire. Le jet formé à la sortie de la glotte est cependant en général turbulent.

Nous remarquerons aussi qu'en cas de collision ( $h = 0$  mm), la viscosité sera toujours importante. Nous pouvons même nous attendre à ce que l'inertie devienne négligeable pendant la collision.

### 2.2.2 Prandtl

Dans un gaz le transport de chaleur est contrôlé par le même type de diffusion moléculaire que l'impulsion. Le nombre de Prandtl, qui est le rapport du coefficient de diffusion de la chaleur  $a$  et de la viscosité  $\nu$ ,  $Pr = \frac{a}{\nu}$ , est d'ordre 1. Nous pouvons donc en général supposer que, dans un écoulement non-visqueux, il n'y aura ni dissipation visqueuse ni transfert de chaleur. Par conséquent, l'écoulement sera isentropique.

### 2.2.3 Strouhal

Le nombre de Strouhal  $Sr$  compare les accélérations instationnaire et convective.

$$\frac{|\partial \vec{u} / \partial t|}{|\vec{u} \cdot \nabla \vec{u}|} \sim Sr_L = \frac{fL}{u_0}. \quad (2.7)$$

L'effet du mouvement des parois peut être estimé en considérant le rapport du débit d'air passant à travers la glotte  $u_0 h L_g$  et du débit pompé  $(dh/dt) L L_g$ , dû au déplacement des parois, où  $h(x, t)$  est la hauteur du canal glottique. En supposant  $|\frac{1}{h} \frac{dh}{dt}| \sim f$ , nous retrouvons le nombre de Strouhal comme mesure de l'instationnarité de l'écoulement. Nous supposons ici que la vitesse  $u_0$  est due principalement à la différence de pression de part et d'autre de la glotte.

Dans le cas de la parole voisée, avec  $L = 1 \text{ mm}$ ,  $u_0 = 30 \text{ m.s}^{-1}$  et  $f = 10^2 \text{ Hz}$ , la valeur du Strouhal est de l'ordre de  $Sr = o(10^{-2})$ . Pour cet ordre de grandeur l'écoulement peut être considérée comme étant quasi-stationnaire. Cela veut dire qu'une particule de fluide passe au travers de la glotte tellement vite (temps de vol  $\tau_c \sim L/u_0$ ) qu'elle ne remarque pas le mouvement des parois correspondant à l'oscillation à la fréquence  $f$ . Il est cependant évident que, lorsqu'il y a collision des cordes vocales, cette approximation quasi-stationnaire n'est plus valable. Au moment de la collision, la vitesse  $u_0$  est induite par le débit pompé. Nous avons  $u_0 \sim L |dh/dt|/h$  et donc  $Sr = o(1)$ .

Notons que Pedley [29], dans le cas d'une sténose dans une artère, met en doute le fait qu'un nombre de Strouhal de l'ordre de  $10^{-2}$  garantisse une quasi-stationnarité.

### 2.2.4 Mach

Comme la pression transglottique  $p_t = O(10^3 \text{ Pa})$  est faible par rapport à la pression atmosphérique  $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$ , les variations de densité  $\rho'$  seront donc très petites par rapport à la densité moyenne de l'air  $\rho$  :

$$\frac{\rho'}{\rho} = o(10^{-2}) \quad (2.8)$$

Dans un écoulement quasi-stationnaire non visqueux il y a équilibre entre les forces d'inertie  $|\rho \vec{u} \cdot \nabla \vec{u}| \sim \rho u_0^2 / L$  et les forces de pression  $|\nabla p| \sim p_t / L$ , où  $p_t$  est la pression transglottale, dite de phonation. Nous avons donc la relation  $u_0 \sim \sqrt{p_t / \rho_0}$ . De plus, comme l'écoulement est isentropique, la relation entre les fluctuations de pression  $p'$  et de densité  $\rho'$  s'écrit :

$$p' = c_0^2 \rho'. \quad (2.9)$$

où  $c_0 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s$  est la célérité du son. Nous trouvons donc :

$$\frac{\rho'}{\rho_0} \sim \frac{1}{c_0^2} \frac{p_t}{\rho_0} \sim \frac{u_0^2}{c_0^2}. \quad (2.10)$$

Le nombre de Mach  $M = u_0/c_0$  nous renseigne donc sur les effets de la compressibilité. Puisque  $M^2 = o(10^{-2})$ , nous pourrions négliger les changements de densité de l'air dans la glotte. L'écoulement est dit localement incompressible. Il est évident, ici encore, qu'au moment du choc, cette approximation n'est sans doute plus valable. Le mouvement des parois induit alors de très grandes vitesses.

### 2.2.5 Helmholtz

L'hypothèse d'incompressibilité exclut la propagation d'onde acoustique et donc la production de son ! Ceci rendrait le modèle complètement inutile si nous l'appliquions dans tout le conduit vocal. Sur des distances comparables à la longueur d'onde  $\lambda = c/f$ , nous devons tenir compte des effets de compressibilité. Le nombre de Helmholtz  $He_L$  définit le rapport entre la longueur d'onde acoustique  $\lambda$  et la longueur caractéristique  $L$  de la glotte :

$$He_L = \frac{L}{\lambda} \quad (2.11)$$

Le son est donc généré au niveau de la glotte dans une région très petite devant la longueur d'onde acoustique  $\lambda$ , c'est-à-dire pour  $He_L \ll 1$ . Nos expériences vérifient cette condition avec  $He_L \simeq o(10^{-3})$ . La propagation d'onde acoustique peut donc être négligée dans cette région. La source acoustique est dite compacte. A nouveau, cette hypothèse peut apparaître inutilisable au moment du choc puisque le temps caractéristique n'est plus contrôlé par la fréquence de phonation.

Nous remarquerons ici que la petite largeur  $h_v$  du conduit vocal, par rapport à la longueur d'onde  $\lambda$ , permet de décrire le champ acoustique en terme d'ondes planes. La pression et la vitesse sont uniformes sur une section du conduit vocal.

### 2.2.6 Froude

Dans tout les cas considérés l'effet de la gravité  $g$  est négligeable. Pour une densité uniforme, l'effet de la gravité peut être prise en compte en introduisant une pression corrigée pour la pression hydrostatique de l'air. Une mesure pour l'effet de la gravité est donc  $\frac{\rho_0 u_0^2}{\Delta \rho g L}$ , où  $\Delta \rho$  est la différence de densité due, par exemple, à un gradient de température.

Ce nombre adimensionnel peut être exprimé en terme du nombre de Froude  $Fr = \frac{u_0^2}{gL}$ . Typiquement, nous aurons  $Fr = o(10)$ , et pour les variations de densité, due aux variations de température,  $\frac{\rho_0}{\Delta \rho} = o(10^2)$ , et nous obtenons  $Fr \frac{\rho_0}{\Delta \rho} = o(10^3)$ . Nous pouvons donc effectivement négliger l'effet de la gravité sur l'écoulement dans la glotte.

## 2.2.7 Caractérisation géométrique

Dans les cas considérés, nous avons une longueur  $L_g$  du canal glottique constante et beaucoup plus grande que sa dimension transverse :  $h/L_g \ll 1$ . Ceci nous permet de considérer l'écoulement comme bi-dimensionnel plan  $\vec{u} = (u, v, 0)$ . De plus, nous avons aussi, en conséquence de l'équation de conservation de la masse pour un fluide incompressible, que  $(v/u) \sim |h\partial v/\partial y|/|L\partial u/\partial x| \sim h/L = o(10^{-1})$ . Nous pourrions donc écrire  $\vec{u} \simeq (u, 0, 0)$ , ce qui correspond à un écoulement quasi-parallèle.

L'écoulement incompressible quasi-parallèle dans la glotte est relié à l'écoulement acoustique dans le conduit vocal en supposant une continuité de flux de masse et une continuité de pression entre les deux régions .

## 2.3 Approximations théoriques

### 2.3.1 Nécessité d'une approximation

Pour un fluide Newtonien incompressible, les équations de Navier-Stokes et de conservation de la masse s'écrivent :

$$\rho\left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u}\right] = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{u} \quad (2.12)$$

et

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (2.13)$$

Nous avons vu que dans le cas des cordes vocales, pour la fréquence de phonation, cette approximation est raisonnable. Les nombres de Mach ( $M = o(10^{-1})$ ) et de Helmholtz ( $He = o(10^{-3})$ ) permettent de supposer un écoulement localement incompressible. La compressibilité intervient, dans l'acoustique du conduit vocal et de la trachée, qui impose des conditions aux limites à l'écoulement dans la glotte, et pendant le choc. Comme nous supposons la densité  $\rho$  et la viscosité cinématique  $\mu$  constantes, nous avons quatre inconnues  $(p, \vec{u})$  pour quatre équations. La solution de ce système d'équations n'est pas triviale parce que les équations sont fortement non-linéaires. Le terme d'accélération convective  $(\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u}$  rend une solution numérique fort délicate. Nous cherchons donc à simplifier ce système d'équations.

La géométrie de la glotte  $h \ll L$  et  $L \gg L_g$  suggère une approximation d'écoulement bi-dimensionnel  $\vec{u} = (u, v, 0)$ , quasi-parallèle  $\frac{v}{u} = o(\frac{h}{L})$ . Ceci correspond à l'approximation de Prandtl<sup>1</sup> introduite originellement pour décrire les couches limites [28] :

$$\rho\left[\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (2.15)$$

et

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.16)$$

---

<sup>1</sup>cf. annexe B.2.1

Cette approximation est employée de manière systématique par Lagrée. En particulier, nous pouvons considérer l'utilisation de la forme intégrale de Von Kàrmàn de ces équations. Dans ce cas, nous supposons une représentation paramétrique (simple) du profil de vitesse. Nous déduisons par intégration, sur une section du canal, des équations différentielles pour les paramètres du profil de vitesse en fonction de la coordonnée  $x$ .

Dans la littérature concernant la parole et les instruments de musique, il est proposé d'employer des modèles encore plus simplifiés. Dans cette section, nous allons brièvement décrire quelques modèles que nous employerons comme référence dans notre analyse des résultats expérimentaux. En premier lieu, nous allons expliquer pourquoi une approximation quasi-stationnaire, incompressible et sans frottement est inutilisable. Nous allons ensuite expliquer comment une dissipation peut être introduite en considérant l'effet de la séparation de l'écoulement dans la partie divergente en aval du col de la glotte. Ensuite, nous allons considérer un modèle simplifié dans lequel les forces visqueuses sont équilibrées par le gradient de pression. Cette approximation dite de Reynolds peut être utile en cas de choc.

### 2.3.2 Paradoxe de d'Alembert

Considérons un écoulement incompressible, stationnaire et sans frottement. Dans ce cas, l'équation de mouvement peut être intégrée le long d'une ligne de courant pour obtenir l'équation de Bernoulli :

$$\frac{1}{2}\rho|\vec{u}|^2 + p = p_0 \quad (2.17)$$

Si la pression d'arrêt  $p_0$  est uniforme, l'écoulement sera irrotationnel. C'est le cas si l'écoulement prend source dans un grand réservoir ( $\vec{u}_0 = 0$ ) de pression  $p_0$  et de densité  $\rho$  uniformes. Si nous supposons que la section de la trachée  $h_t$  en amont de la glotte est égale à la section  $h_v$  du conduit vocal en aval de la glotte, la conservation de la masse pour un écoulement quasi-parallèle implique que les vitesses  $u_t$  en amont et  $u_v$  en aval sont égales :

$$h_t u_t = h_v u_v \quad (2.18)$$

L'équation de Bernoulli implique alors que :

$$p_t = p_v \quad (2.19)$$

Il n'y a donc pas de différence de pression de part et d'autre de la glotte. Ce modèle n'explique donc pas la modulation du débit par une oscillation des cordes vocales. Ce résultat surprenant correspond au paradoxe d'Alembert, qui est résolu en tenant compte de l'effet de la viscosité du fluide.

### 2.3.3 Couches limites et séparation

Un modèle sans frottement n'a pas de sens, parce qu'à la paroi le fluide prend la vitesse de la paroi. C'est la condition limite imposée par le transfert d'impulsion entre la paroi et le fluide. Ceci implique que, même si l'écoulement peut être supposé sans

frottement, il y aura toujours une couche limite pariétale, d'épaisseur  $\delta$ , dans laquelle les effets de la viscosité seront importants. Si  $Re_h \frac{h}{L} \gg 1$ , cette couche limite sera mince (*cf.* section 2.2.1). Nous pourrions par conséquent (*cf.* annexe (B.2.1)) supposer la pression dans la couche limite égale à celle de l'écoulement extérieur ( $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ ). La pression dans les couches limites est donc imposée par l'écoulement principal non-visqueux.

Pour un écoulement quasi-stationnaire, la vitesse  $u_e$  dans l'écoulement principal est liée au flux volumique  $\Phi_v$  par l'équation de continuité pour un écoulement quasi-parallèle incompressible :

$$\Phi_v = L_g(h - 2\delta_1)u_e \quad (2.20)$$

où  $L_g$  est la largeur du conduit,  $h$  la hauteur du conduit et  $\delta_1$  l'épaisseur de déplacement définie par :

$$\delta_1 = \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{u_e}\right) dy = \frac{1}{2} \int_0^h \left(1 - \frac{u}{u_e}\right) dy. \quad (2.21)$$

Dans un conduit convergent ( $\frac{\partial p}{\partial x} > 0$ ), la présence de couche limite n'a pas d'effet dramatique sur l'écoulement,

Passé le col de la glotte, si rien ne change, l'écoulement serait divergent et cela impliquerait un gradient de pression opposé à la direction de l'écoulement ( $\frac{\partial p}{\partial x} < 0$ ). Dans l'écoulement principal, le fluide remonte ce gradient de pression grâce à son inertie. Près de la paroi, dans les couches limites, le fluide n'a pas de vitesse et ne peut donc remonter la pente que par entraînement visqueux, dû à l'échange d'impulsion avec l'écoulement principal. Le transfert moléculaire d'impulsion au travers d'une couche limite laminaire (comme c'est le cas dans la glotte) a une échelle de temps :  $\tau = \frac{\rho\delta^2}{\mu}$ . Si cette échelle de temps est supérieure au temps caractéristique de déformation des particules de fluide  $\frac{1}{|\frac{du_e}{dx}|}$ , l'effet d'entraînement ne sera pas efficace. Il en résultera un courant opposé à l'écoulement principal le long de la paroi et la séparation de l'écoulement, au point où cet écoulement rencontre l'écoulement de la couche limite, vers l'aval. La ligne de courant, qui se sépare de la paroi, forme une transition, couche de cisaillement, entre un jet libre (écoulement principal) et une zone d'eau morte à la paroi (*cf.* fig. 2.2). Le jet est instable et devient rapidement turbulent. Dans cette zone de turbulence, l'énergie cinétique est dissipée avec un minimum de récupération de pression.

En première approximation, la pression au-delà du point de séparation est uniforme et égale à la pression  $p_v$  dans le conduit vocal. Le jet libre quasi-stationnaire est un écoulement quasi-parallèle, pour lequel  $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ , et la pression dans la zone d'eau morte est uniforme. La vitesse  $u_j$  dans le jet est donnée par l'équation de Bernoulli :

$$u_j = \sqrt{\frac{2(p_t - p_v)}{\rho}} \quad (2.22)$$

et le flux par :

$$\Phi_v \simeq u_j L_g (h_s - 2\delta_{1,s}) \quad (2.23)$$

où  $h_s$  est la hauteur du canal au point de séparation et  $\delta_{1,s}$  l'épaisseur de déplacement des couches limites.

Ce modèle prévoit donc une modulation du flux  $\Phi_v$  par l'oscillation des cordes vocales.

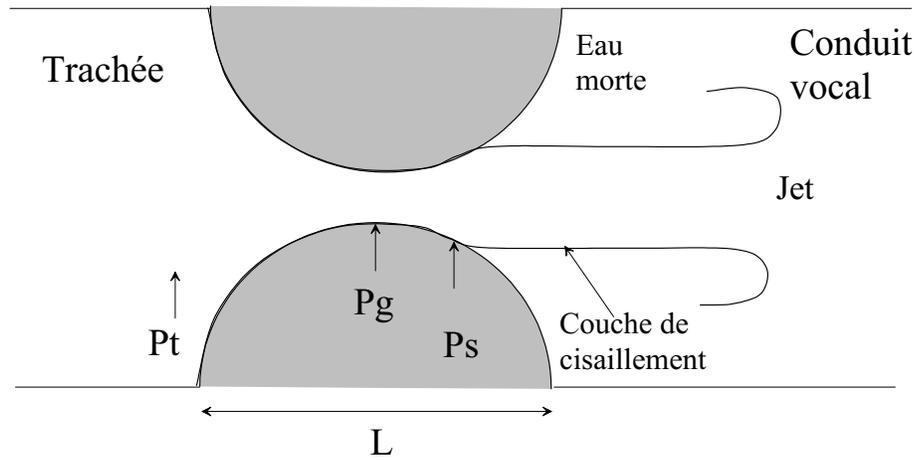


FIG. 2.2 – Schéma de l'écoulement dans la glotte avec le jet aval.

Le problème se ramène à prédire  $h_s$  et  $\delta_{1,s}$ .

Dans le cas d'un canal à hauteur uniforme, avec une ouverture aval à angle droit, le point de séparation est fixé à l'arrêt de la paroi à la sortie du canal. Cette géométrie simple permet d'obtenir une solution analytique pour un modèle Bernoulli-instationnaire, détaillé dans l'annexe (B.2.6). Dans le cas d'un canal avec un profil arrondi (plus proche de la physiologie), le point de séparation n'est pas fixe.

Un modèle très simple, mais sans justification, a été proposé par Liljencrants [24], et est utilisé par Lous [23]. Nous supposons simplement un rapport fixe  $\frac{h_s}{h_{min}}$  entre la largeur  $h_{min}$  au col de la glotte et  $h_s$  au point de séparation. D'autre part nous négligeons  $\delta_{1,s}$ . Un modèle encore plus simple, sans tenir compte des couches limites, avec  $h_s = h_{min}$ , est possible et peut être utilisé avec le modèle de Bernoulli pour le calcul du débit. Ce modèle est souvent employé en acoustique musicale pour la description de l'écoulement dans les lèvres d'un joueur de cuivre (Cullen [22]).

Un modèle plus sophistiqué est obtenu par la méthode de Polhausen qui décrit le profil de vitesse dans les couches limites par un polynôme de l'ordre trois (Pelorson [2], Hofmans [19]). Une alternative est d'employer le modèle semi-empirique de Thwaites qui permet une solution analytique de l'équation de Von Kàrmàn (B.61) :

$$[u_e^6 \delta_2^2]_x + [u_e^6 \delta_2^2]_{x_0} = 0.45\nu \int_{x_0}^x u_e^5(x') dx' \quad (2.24)$$

où  $\delta_2$  est défini par :

$$\delta_2 = \int_0^\delta \frac{u}{u_e} \left(1 - \frac{u}{u_e}\right) dy = \frac{1}{2} \int_0^h \frac{u}{u_e} \left(1 - \frac{u}{u_e}\right) dy. \quad (2.25)$$

De plus, le modèle de Thwaites utilise la relation empirique (B.56) :

$$S - (H + 2)\lambda = \frac{u_e \delta_2}{\nu} \frac{d\delta_2}{dx} = \frac{1}{2} \frac{u_e}{\nu} \frac{d\delta_2^2}{dx} \quad (2.26)$$

où

le paramètre de forme  $\lambda = \frac{\delta_2^2}{\nu} \frac{du_e}{dx}$ .

le facteur de forme  $S = \frac{\tau_0 \delta_2}{\rho \nu u_e}$ .

le facteur de forme  $H = \frac{\delta_1}{\delta_2}$ .

Les fonctions  $S(\lambda)$  et  $F(\lambda) = \frac{u_e}{\nu} \frac{d\delta_2^2}{dx}$ , proposées par Thwaites, sont tabulées dans la littérature (Blevins [1]).

Le point de séparation est déterminé par la condition empirique :

$$\lambda_c = \frac{\rho \delta_2^2}{\mu} \frac{du_e}{dx} = -0.09 \quad (2.27)$$

Cette condition correspond à l'égalité des échelles de temps  $\tau = \frac{\rho \delta^2}{\mu}$  et  $\frac{1}{|\frac{du_e}{dx}|}$  que nous avons discuté plus haut.

Pour un flux volumique  $\Phi_v$  imposé :

$$\Phi_v = L_g \int_0^h u dy = L_g (h - 2\delta_1) u_e \quad (2.28)$$

Ce système d'équation est facilement résolu. Pour une différence de pression  $p_t - p_v$  imposée, la solution doit être obtenue itérativement.

Lagrée [9] propose une solution basée sur les profils des solutions auto-similaires de type Falkner-Skan pour les équations de Navier-Stokes appliquées à l'écoulement dans un conduit plan à divergence fixe [28]. Le calcul est poursuivi au-delà du point de séparation, ce qui implique que la pression au point de séparation est inférieure à la pression aval  $p_v$ . Cette remontée de pression est aussi retrouvée par Hofmans [19], qui, sur base d'une solution numérique des équations de Navier-Stokes complètes, l'évalue à environ 30%, dans le calcul de Navier-Stokes de l'écoulement. Les calculs de Couche Limite Interactive présentés dans ce rapport ont été arrêtés à la fin du canal glottique. Par exemple, dans la figure (4.4), nous avons ainsi trouvé une pression glottique  $p_g$  de  $-169.04$  Pa. Cependant, un calcul exécuté par Lagrée et Berger [11], sur cette même mesure mais en prolongeant le calcul dans le conduit vocal jusqu'à deux fois la longueur de glotte, conclut à une pression  $p_g$  de  $-132$  Pa, soit une différence de 28 % entre les deux calculs. Le choix de stopper le calcul avec la fin de la glotte n'est donc pas le seul possible et a une influence sur l'ensemble des pressions calculées. Nous avons fait ce choix afin de faciliter la comparaison avec les autres modèles, en particulier Thwaites qui ne tient pas du tout compte de cette remontée finale de pression au-delà du point de séparation. Une étude plus approfondie sur la méthode de Couche Limite Interactive serait à faire pour résoudre ce problème du choix de la position d'arrêt du calcul.

Dans le cas d'un canal à hauteur uniforme, une solution analytique des équations de Von Kàrmàn a été proposée par Van Zon [30].

### 2.3.4 Approximation de Reynolds

Dans la section précédente, nous avons décrit globalement le calcul d'un écoulement quasi-stationnaire et quasi-parallèle dans la glotte. Cette approximation est basée sur le fait que le nombre de Strouhal  $Sr = \frac{fL}{u_0}$  est petit. Cette approximation suppose que

l'écoulement dans la glotte est induit par la différence de pression  $p_t - p_v$  et que le débit pompé dû au mouvement des parois est négligeable.

En cas de choc, il est évident que cette approximation n'est plus valable. Si nous supposons un équilibre entre les forces de pression et les forces visqueuses, nous obtenons l'approximation de Reynolds (Axisa [32]) :

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2.29)$$

En utilisant les conditions limites  $u(0) = u(h) = 0$  et le fait que  $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ , nous trouvons par intégration le profil de vitesse de Poiseuille :

$$u(y) = -\frac{1}{2\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right) (hy - y^2) \quad (2.30)$$

L'équation de conservation de la masse intégrée sur la hauteur  $h$  du canal donne :

$$\frac{\partial \Phi_v}{\partial x} = -\left( \frac{\partial h}{\partial t} \right) L_g \quad (2.31)$$

Pour le profil de Poiseuille, nous avons :

$$\Phi_v = L_g \int_0^h u dy = -\frac{L_g}{12\mu} h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.32)$$

La substitution de cette équation (2.32) dans l'équation de conservation de la masse (2.3.4) donne :

$$\frac{1}{12\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.33)$$

Etant donné  $h(x, t)$ , nous calculons, à l'aide de cette équation  $\frac{\partial p}{\partial x}$  :

$$\left( \frac{\partial p}{\partial x} \right) - \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_0 = \frac{12\mu}{h^3} \int_0^x \frac{\partial h}{\partial t} dx \quad (2.34)$$

Ceci permet de trouver  $u(y)$  et  $\Phi_v$ , à condition que  $\left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_0$  soit connu. En choisissant  $x = 0$  en amont de la glotte, nous pourrions supposer que  $\left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_0 = 0$ , parce que la vitesse du fluide est négligeable. Dans le cas d'un canal de hauteur uniforme, nous trouvons une solution analytique (*cf.* annexe (B.2.4)).

Antunes [31] généralise cette approche en considérant un modèle de Bernoulli instationnaire corrigé pour l'effet du frottement en introduisant de pertes de charges (empiriques) distribuées le long du canal et singulières à l'entrée et à la sortie.

# Chapitre 3

## Montage expérimental

### 3.1 Vue d'ensemble du montage

La figure (3.1) donne une représentation globale du montage utilisé pour les expériences décrites ultérieurement. Le modèle de glotte est relié, par un tuyau de diamètre  $D_t$  et de longueur  $l_t$ , à un réservoir de volume  $V_p$ . Ce réservoir est rempli de mousse acoustique pour éviter toute résonance. Le flux massique d'air entrant dans le réservoir est imposé par une valve reliant le volume  $V_p$  à un réseau d'air comprimé (8 bar). Comme la différence de pression de part et d'autre de la valve est beaucoup plus grande que la pression atmosphérique, l'écoulement dans la valve est critique. L'écoulement est localement supersonique et la flux massique est indépendant de la pression dans le volume  $V_p$ .

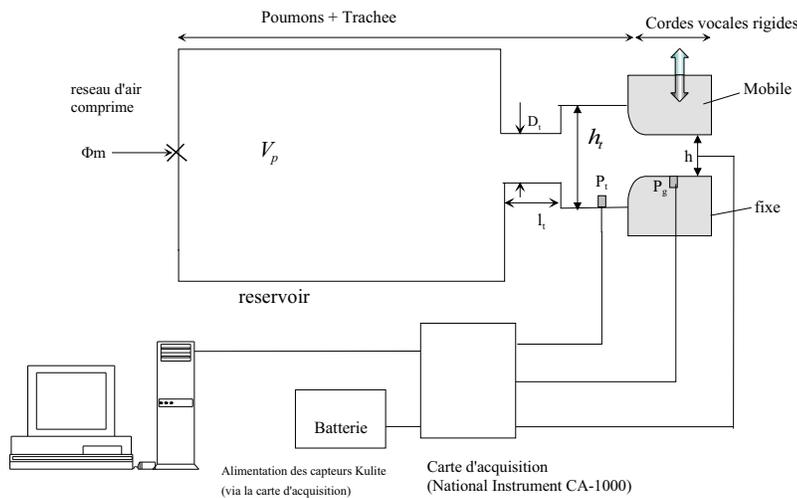


FIG. 3.1 – Représentation schématique du montage expérimental

#### Dimensions :

- $V_p = 0,68m^3$ , volume du grand réservoir (source de pression d'air).
- $L$ , la longueur de canal glottique.
- $l_t = 0,3m$ , la longueur du tuyau (trachée).
- $D_t = 0,03m$ , diamètre du tuyau (trachée).

**Paramètres mesurés :**

- $f$ , la fréquence d'oscillation.
- $p_t$ , pression subglottique (dans la trachée)
- $p_g$ , pression dans la glotte, prélevé au point de constriction maximale pour les lèvres rondes et les lèvres à gaussiennes, et en  $x=8\text{mm}$  pour le canal à hauteur uniforme.
- $h$ , l'ouverture au col de la glotte variant avec le temps.

**3.2 Détails du montage**

Le modèle de cordes vocales est constitué de deux blocs rigides de surface lisse. Notre étude se porte principalement sur la configuration à géométrie ronde, pour laquelle nous disposons des calculs de Couche Limite Interactive de Lagrée [?], mais nous présenterons aussi des résultats pour le canal à hauteur uniforme et les configurations à géométrie gaussienne (fig 1.1).

Dans la direction de l'écoulement, le canal à hauteur uniforme a été arrondi en entrée, avec un rayon de courbure  $R = \frac{L}{10} = 2\text{mm}$ , afin d'éviter les pertes singulières. Il est parfaitement plat sur le reste de la longueur (18 mm). La sortie présente des arrêtes droites. Ceci permet d'avoir un point de séparation fixe en sortie. En  $x=8\text{mm}$  (mesuré à partir du début du canal uniforme,  $x = 0$ ), est situé notre capteur  $p_g$  de pression. Les lèvres rondes sont des demi-cercles d'un centimètre de rayon. Les deux paires de lèvres à gaussiennes, commencent et finissent par un quart-de cercle de rayon de courbure  $R = 2\text{mm}$ , puis suivent une lois exponentielle en leur partie centrale :  $1\text{mm} * \exp(\frac{-x^2}{\alpha^2})$  pour la petite gaussienne et  $2\text{mm} * \exp(\frac{-x^2}{\alpha^2})$  pour la grande gaussienne, avec  $\alpha = 9\text{mm}$ , soit une élévation d'environ  $0,5\text{mm}$  et  $1\text{mm}$ . Les lèvres à gaussiennes permettent de faire une transition entre le canal à hauteur uniforme et les lèvres rondes. Pour les lèvres rondes et gaussiennes, le capteur  $p_g$  est situé au milieu du bloc, au point de constriction maximale (col de la glotte). Dans la direction transverse, toutes ces géométries sont uniformes et mesurent trois centimètres ( $L_g = 3\text{cm}$ ).

A l'aide d'un moteur et d'une excentrique, nous pouvons varier l'ouverture glottique  $h$ , en faisant "osciller" l'une des cordes vocales, la seconde restant fixe. Le déplacement  $h$  est mesuré à l'aide d'un capteur optique type Optek OPB700 <sup>1</sup>. La fréquence d'oscillation est déterminée en réglant la tension d'alimentation du moteur. Cette fréquence varie entre 3 et 36 Hz, d'un ordre de grandeur dix fois inférieur à celle de l'être humain. Les dimensions physiques de notre montage sont trois fois supérieures à celles de l'être humain. Si nous imposons l'égalité de Reynolds et la similarité géométrique,  $Re_L = \frac{u_{01}L_1}{\nu} = \frac{u_{02}L_2}{\nu}$  avec  $L_2 = 3L_1$ , nous trouvons  $\frac{u_{02}}{u_{01}} = \frac{L_1}{L_2}$ . L'égalité des nombres de Strouhal  $Sr = \frac{f_1L_1}{u_{01}} = \frac{f_2L_2}{u_{02}}$  implique donc  $\frac{f_2}{f_1} = (\frac{L_1}{L_2})^2 = \frac{1}{9}$ . La plupart des résultats présentés ont été mesurés à une fréquence de  $f = 36$  Hz, ce qui, en physiologie, correspondrait au double du maximum de la fréquence de phonation typique (150 Hz). Les effets instationnaires observés sernt donc plus importants qu'en parole.

La grande taille du volume  $V_p$  permet de réduire les fluctuations de la pression de

---

<sup>1</sup>cf. annexe D pour sa calibration

l'écoulement  $p_t$ , en amont de la glotte.

Pour des mesures des pressions en amont du modèle  $p_t$  et dans la glotte  $p_g$ , nous disposons de capteurs piézo-résistifs de pression Kulite de type XCS-093. Ces capteurs sont capables de mesurer des pressions moyennes et des fluctuations de pression. Outre leur très grande précision et large bande passante (0-80 kHz), ces capteurs ont été choisis également pour leur taille réduite. Les capteurs ont un diamètre de 1.6 mm et sont montés dans une cavité, de volume de l'ordre de  $1 \text{ mm}^3$ , faite dans le bloc immobile. Cette cavité est reliée avec le canal glottique par un trou de  $0,4 \text{ mm}$  de diamètre et de 1 à 3 mm de long selon la géométrie de lèvres employés. Un manomètre à eau type Betz, permettant de mesurer des niveaux de pression moyennes avec une précision de  $1 \text{ Pa}$ , est utilisé pour la calibration des capteurs Kulite (*cf.* annexe C). Cette calibration, très stable, n'a pas besoin d'être vérifiée à chaque mesure. Nous supposons la pression  $p_v$  uniforme en aval de la glotte égale à la pression atmosphérique, qui est employée comme référence pour toutes nos mesures de pression. Les signaux des capteurs Kulite, ainsi que la mesure de l'ouverture  $h$  de la glotte, sont échantillonnés simultanément via des cartes d'acquisition National Instruments CA-1000 en externe puis PCI-MIO-16XE10 en interne. La plage de fonctionnement de la carte externe, comprise entre -10V et +10V, nécessite une amplification des signaux, de l'ordre de quelques millivolts, délivrés par les capteurs Kulite. Pour diminuer l'influence des parasites, dus au réseau d'alimentation, alternatif à 50 Hz, les capteurs sont alimentés par une batterie, isolée dans un caisson blindé.<sup>2</sup> Les signaux mesurés sont stockés dans un ordinateur (type PC). Le logiciel Labview permet de visualiser les signaux échantillonnés.

### Flux constant

Lors des premières expériences, le dispositif n'était pas doté du grand réservoir, d'où  $V_p = 0,02 \text{ m}^3$ . Nous nous rapprochions alors d'une hypothèse de flux constant (impliquant d'importantes fluctuations de pression amont  $p_t$ ). Les résultats étant peu différents des expériences obtenues avec le grand réservoir  $V_p = 0,68 \text{ m}^3$ , nous ne les reprenons pas ici. Nous concluons donc que l'alimentation a peu d'influence. Nous nous limitons au cas  $V_p = 0,68 \text{ m}^3$ , pour lequel la pression amont  $p_t$  est presque constante.

---

<sup>2</sup>Toutes les mesures expérimentales présentent des perturbations parasites à la fréquence de  $50 \text{ Hz}$ , d'autant plus visible avec les signaux de fréquences les plus basses. Ceci correspond à l'alimentation électrique du montage. Nous avons dans un premier temps développé une filtre numérique de Butterworth à l'ordre 3 pour minimiser cette perturbation mais nous avons finalement préféré laisser les signaux brutes.

# Chapitre 4

## Résultats expérimentaux

### 4.1 Etude stationnaire

Nous commençons notre étude par le cas le plus simple des mesures statiques, où l'ouverture  $h$  et la pression subglottique  $p_t$  restent constantes. L'écoulement est donc stationnaire.

#### 4.1.1 Canal à hauteur uniforme

La première géométrie étudiée est la cas du canal de hauteur uniforme, dont le point de séparation est fixe. La figure (4.1) présente les résultats expérimentaux et théoriques pour le rapport des pressions  $p_g$  et  $p_t$ , en fonction de l'ouverture  $h$ .

Pour le modèle de Bernoulli stationnaire, la pression  $p_g$  devrait être égale à la pression du jet, formé à la sortie du canal,  $p_j = p_g = 0$ . Nous voyons que la pression glottique  $p_g$  est globalement proportionnelle à la pression amont  $p_t$ . Il y a donc un désaccord fondamental avec l'expérience. Le modèle de Bernoulli est donc trop simplifié et ne peut décrire l'écoulement dans le canal à hauteur uniforme.

Par contre, les prédictions théoriques du modèle de Reynolds,  $\frac{p_g}{p_t} = \frac{1}{1.8}$ , suivent l'expérience avec un écart global d'environ 30 %, même si cet écart se réduit pour les plus petites ouvertures. Ce modèle suppose un écoulement entièrement visqueux et néglige tout effet d'inertie.

Le modèle analytique de Van Zon <sup>1</sup> [30], résolvant les équations intégrales de Von Kàrmàn dans le cas du canal à hauteur uniforme, semble donner de meilleurs résultats, avec un écart global avec l'expérience d'environ 10%. Ce modèle tient compte des couches limites qui naissent au début du canal à hauteur uniforme et de l'effet de l'inertie.

---

<sup>1</sup>Le modèle de Van Zon est succinctement exposé en annexe B.2.7.

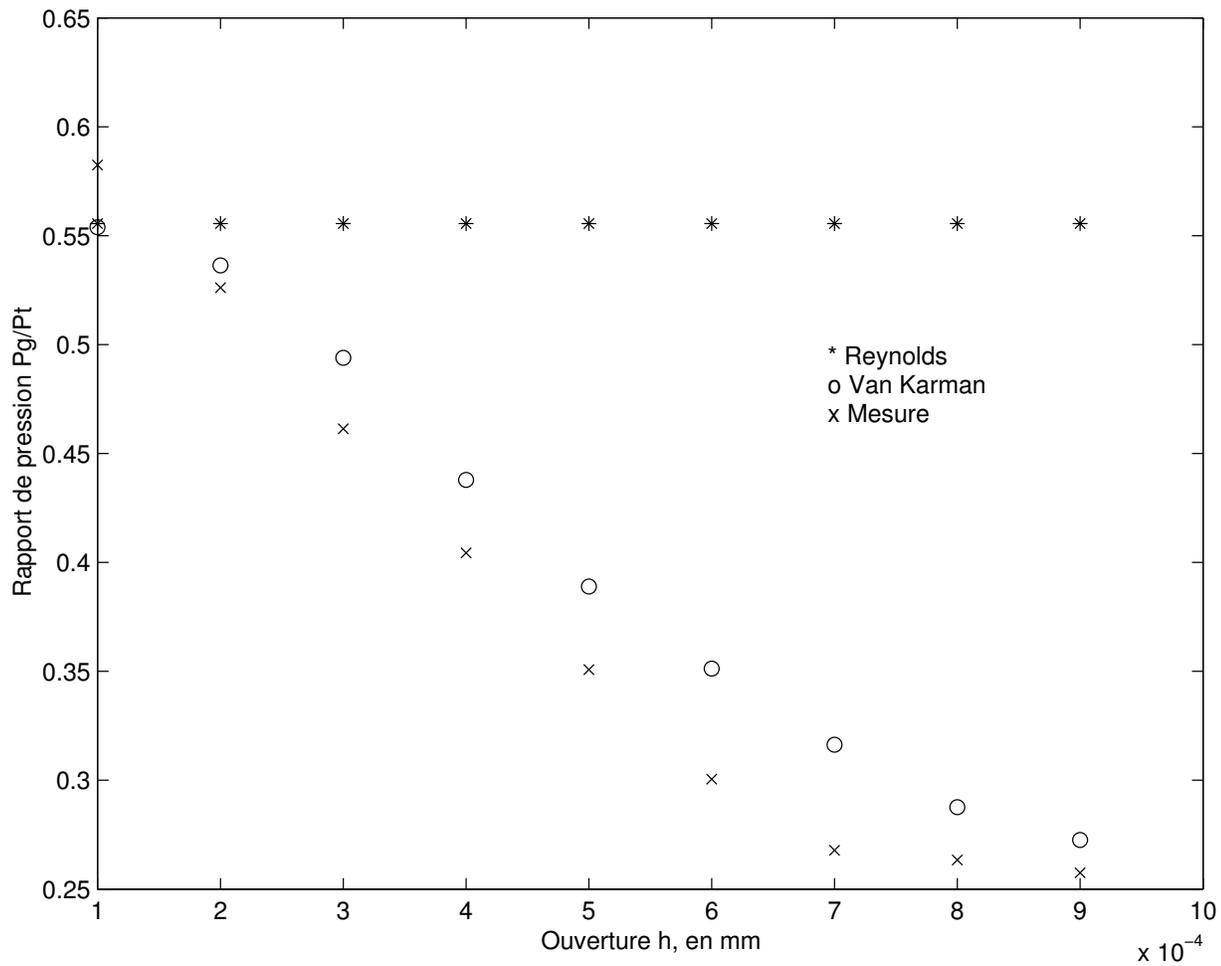


FIG. 4.1 – Écoulement stationnaire, par les modèles de Bernoulli-stationnaire, Reynolds et Von Kàrmàn, en fonction de l'ouverture  $h$ , pour le canal à hauteur uniforme, à pression  $p_t = 10^3$  Pa (constante).

### 4.1.2 Lèvres à petite gaussienne

Nous présentons dans la figure (4.2), les résultats statiques pour les lèvres à petite gaussienne. Cette fois-ci nous faisons appel aux théories de Reynolds stationnaire et de Thwaites stationnaire.

Le modèle visqueux de Reynolds donne, par raison de symétrie,  $\frac{p_g}{p_t} = \frac{1}{2}$ , ce qui est assez éloigné du résultat expérimental. La pression  $p_g$  mesurée est négative.

L'approximation de Thwaites est plus proche de l'expérience, mais divise la valeur absolue de  $p_g$  d'un facteur 3. Le point de séparation est donc plus éloigné du col que la position prédite par la théorie de Thwaites. Cet effet est dû à la remontée de pression au-delà du point de séparation (*cf.* section 2.3.3). L'étude de Hofmans [19] montre que, dans le cas d'un angle de divergence très faible, le point de séparation a tendance à sauter de la position prédite, par la théorie laminaire, vers la sortie du canal. Ceci serait dû à l'effet d'entraînement visqueux lorsque le jet devient turbulent, à l'intérieur de la glotte. Cette hypothèse mènerait ici à des pressions  $\frac{p_g}{p_t} = (1 - (\frac{h+h_0}{h})^2) < -3$ , bien inférieures à l'expérience. L'effet observé ici n'est donc pas dû à un décollement à la sortie du canal glottique.

### 4.1.3 Lèvres à grande gaussienne

Pour les lèvres à grande gaussienne (*cf.* fig. 4.3) nous pouvons tirer des conclusions similaires aux précédentes. L'approximation de Thwaites est plus proche de l'expérience que dans le cas des lèvres à petite gaussienne.

### 4.1.4 Lèvres rondes

Les algorithmes de Thwaites et de Couche Limite Interactive tentent, à partir de la mesure de l'ouverture  $h$  et de la pression amont  $p_t$  dans la trachée, de retrouver la pression au niveau de la glotte. En fait, ces deux algorithmes calculent la pression et la vitesse tout au long de notre canal glottique, même si nous ne pouvons pas comparer ces données avec l'expérience.

Nous présentons ici la figure typique (4.4) que nous avons obtenu de l'évolution de la pression et de la vitesse  $u_e$ <sup>2</sup> le long de la glotte. Dans le cas de la géométrie ronde, l'algorithme de Thwaites fournit un bon ordre de grandeur de la pression mesurée à la glotte, en général ce résultat théorique est un peu au-dessus de la valeur expérimentale, mais parfois légèrement inférieur. Cependant les écarts constatés pourraient être tout autant dû à des imprécisions de mesures qu'à des écarts théoriques.

Par contre, la méthode de Couche Limite Interactive fournit systématiquement une valeur trop basse. La pression  $p_g$  calculée est deux ou trois fois plus basse que la pression mesurée.

Le problème résulte en partie dans le choix de la position finale du calcul et donc de la pression de sortie. Le calcul de Thwaites, qui s'arrête au point de séparation, a pour hypothèse que la pression à la sortie de la glotte est la pression atmosphérique (donc  $p_v = 0$  avec notre échelle). D'après Hofmans [19] la pression remonte d'environ 30 %

<sup>2</sup>déterminée par un calcul sur le débit :  $u_e = \frac{\Phi_v}{L_g(h-2\delta_1)}$ , *cf.* équation 2.20, section 2.3.3.

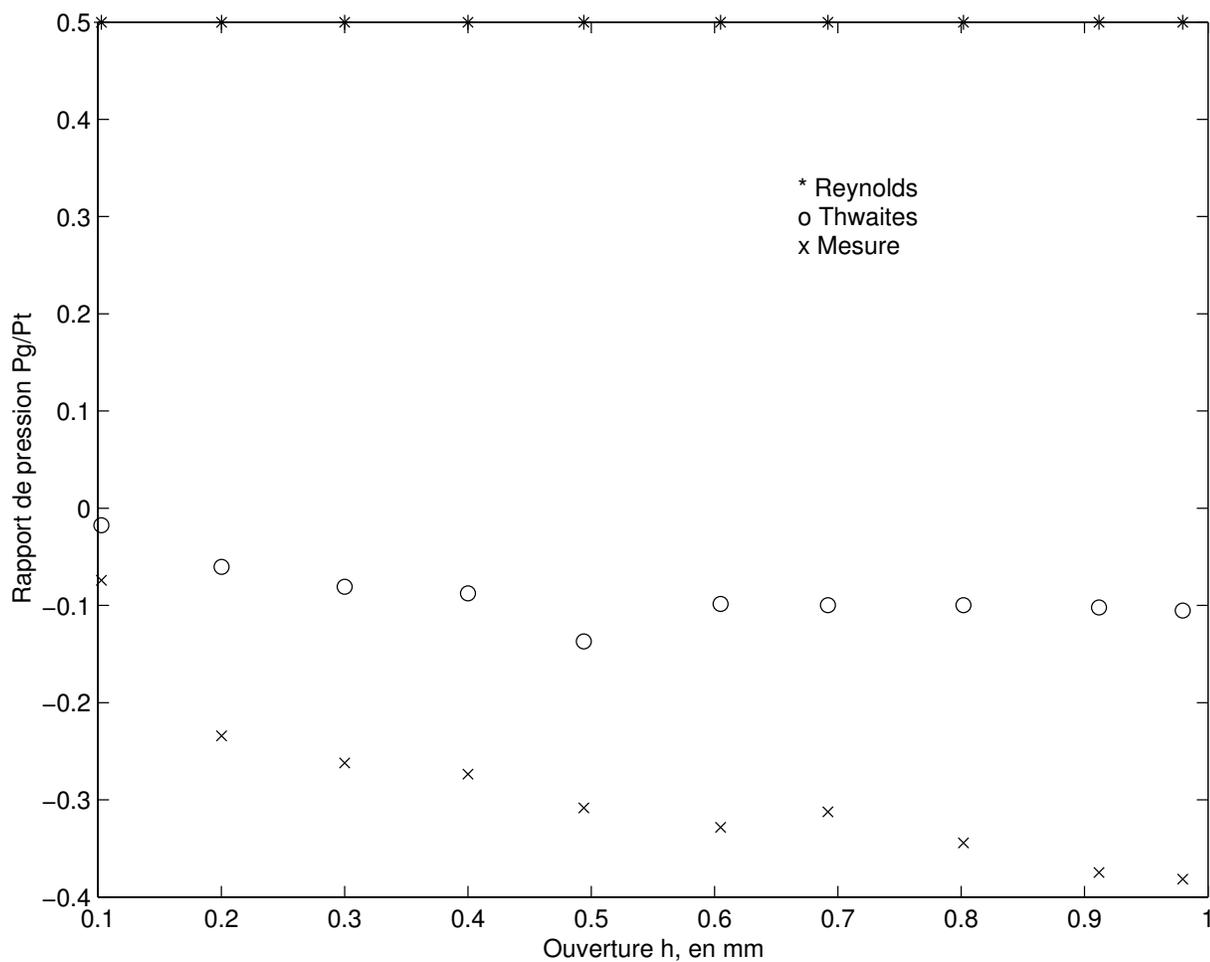


FIG. 4.2 – Ecoulement stationnaire, par les modèles de Reynolds et Thwaites, en fonction de l'ouverture  $h$ , pour les lèvres petites gaussiennes, à pression  $p_t = 10^3$  Pa (constante).

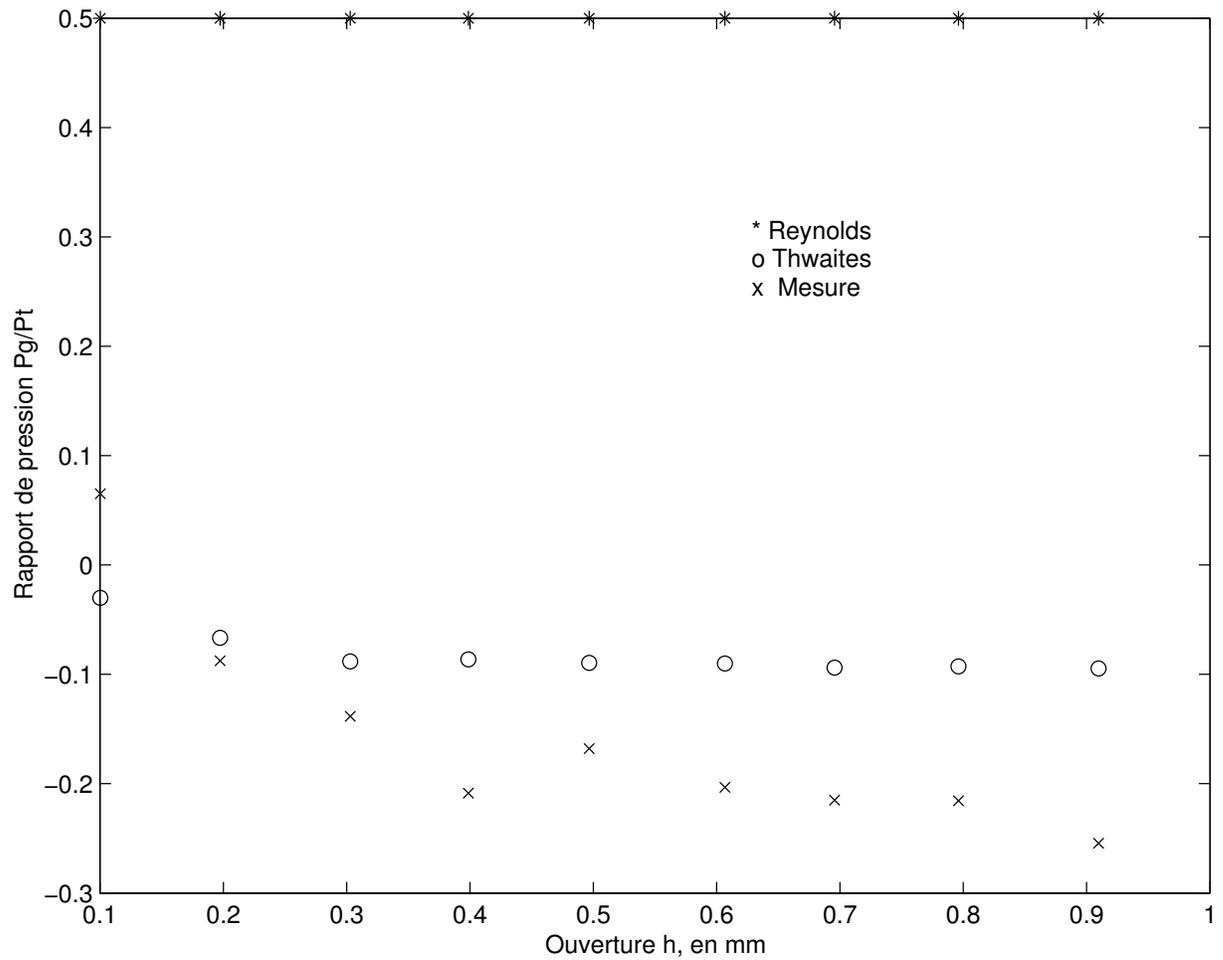


FIG. 4.3 – Ecoulement stationnaire, par les modèles de Reynolds et Thwaites, en fonction de l'ouverture  $h$ , pour les lèvres à grande gaussienne, à pression  $p_t = 10^3$  Pa (constante).

après la séparation. L'algorithme de Thwaites ne tient pas du tout compte de cette remontée de pression ! Si à première vue, ce modèle semble meilleur c'est peut-être qu'en fait des erreurs se compensent. Nous rappelons que les calculs de Couche Limite Interactive présentés ici ont été arrêtés à la fin de la glotte et que ceci implique une incertitude de 30 % sur la pression glottique  $p_g$  (cf. section 2.3.3).

Nous constatons ici que, d'après les calculs de Couche Limite Interactive et de Thwaites, la pression n'est pas minimale au point de mesure de la glotte mais légèrement après.

La présence d'une région de pression négative est très importante. Puisqu'il explique la tendance de la glotte à se fermer lorsque nous soufflons. C'est ce qui est appelé l'effet Bernoulli. Nous voyons que la théorie de Thwaites pourrait sous-estimer cet effet.

Nous observons aussi qu'il y a peu de différence, entre les deux méthodes, sur la partie convergente du canal glottique. Les différences se constatent au niveau de la constriction maximale, où se situe notre capteur. Ceci en dépit des hypothèses différentes pour le profil de vitesse en entrée. Nous confirmons ici que ce choix du profil d'entrée a peu d'influence [10].

La figure (4.5) présente la même comparaison que celle réalisée précédemment entre la mesure de la pression  $p_g$  en fonction de l'ouverture  $h$ , cette fois pour la géométrie ronde, avec les approximations de Reynolds, Thwaites, mais aussi de Couche Limite Interactive. Comme dans les cas précédents, le modèle de Reynolds prévoit  $p_g = p_t/2$ , ce qui est loin des observations expérimentales, sauf pour la plus petite ouverture  $h = 0,004mm$ . La résolution de Thwaites est assez bonne, sauf aux petites ouvertures où elle s'écrête davantage de la mesure. Pour la plus petite ouverture ( $h = 0,004mm$ ) il n'a pas été possible de faire figurer ici le résultat tant celui-ci est faux :  $(\frac{Pg_{Thwaites}}{Pt_{Thwaites}})_{h=0,004mm} = 7,47.10^{10}$  ! La méthode de Couche Limite Interactive qui avait pu sembler, au premier abord plus haut, moins bonne que la méthode de Thwaites, donne globalement des résultats presque aussi bons. L'erreur augmente lorsque l'ouverture diminue. Le calcul n'a pu aboutir pour la plus petite ouverture.

**Remarque** En ce qui concerne le débit glottique  $\Phi_v$ , c'est la différence de pression  $p_t - p_g$  qui est déterminante et non uniquement la pression  $p_g$ . La pression amont étant très supérieure à la pression glottique  $|p_t| \gg |p_g|$ , la prédiction du débit sera donc peu sensible aux erreurs dans le calcul de la pression glottique  $p_g$ .

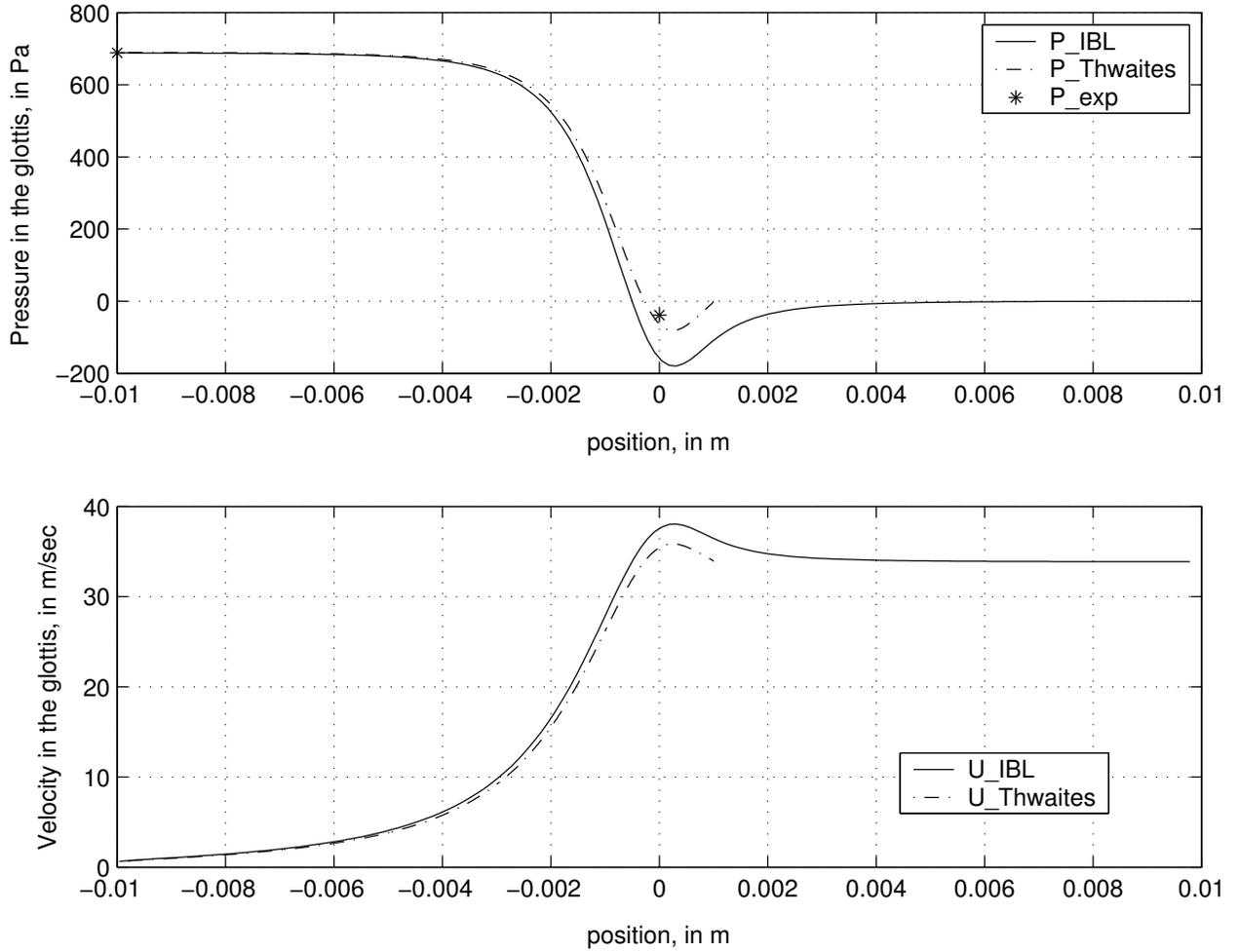


FIG. 4.4 – Etude stationnaire présentant l'évolution de la pression et de la vitesse  $u_e$  (équation 2.20) le long du canal glottique, par les modèles de Thwaites et de Couche Limite Interactive, sur une grande ouverture ( $h=0,37\text{mm}$ ), pour les lèvres rondes, à pression  $p_t = 10^3$  Pa (constante).

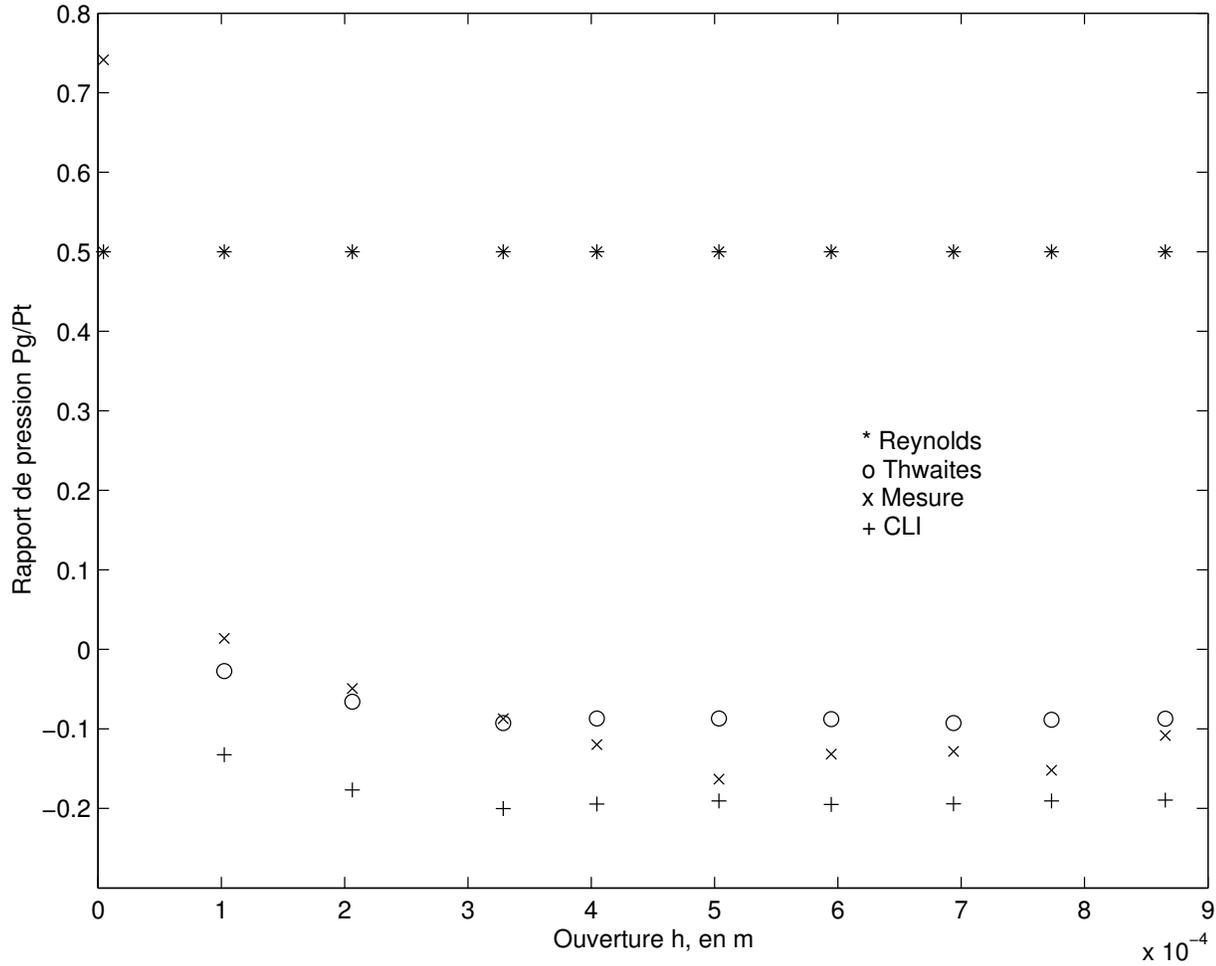


FIG. 4.5 – Ecoulement stationnaire, par les modèles de Reynolds, Thwaites et Couche Limite Interactive, en fonction de l'ouverture  $h$ , pour les lèvres rondes, à pression  $p_t = 10^3$  Pa (constante). Pour des raisons d'échelle, le rapport des pressions  $\frac{p_g}{p_t}$  calculés par la résolution de Thwaites pour la plus petite ouverture  $h = 0,004mm$ , ne figure pas :  $7,47.10^{10}$  ! Pour cette même ouverture, le calcul de Couche Limite Interactive n'a pu aboutir.

## 4.2 Oscillation sans choc : grandes ouvertures

Nous étudions maintenant l'écoulement dans le cas d'une oscillation des cordes vocales sans choc. C'est le genre d'oscillations que nous rencontrons dans le cas du registre dit "falsetto" (*cf.* annexe A.3). Les parois sont animés d'un mouvement oscillatoire, dont la fréquence est contrôlée par la moteur. Nous allons nous concentrer sur l'effet de la hauteur d'ouverture glottique  $h$ . Nous commençons par de grandes ouvertures :  $h(t)$  variant entre 0,35 et 0,85 mm.

### 4.2.1 Canal à hauteur uniforme

La figure (4.6) présente les résultats expérimentaux pour une oscillation sans choc avec grande ouverture, du modèle à canal à hauteur uniforme et une comparaison avec les prévisions de trois théories : Bernoulli-instationnaire, approximations de Reynolds-instationnaire et Von Kàrmàn quasi-stationnaire. Nous constatons que les théories de Bernoulli-instationnaire et approximation de Reynolds-instationnaire ne sont pas en accord avec la mesure. La théorie de Von Kàrmàn quasi-stationnaire semble par contre en meilleur accord. Nous observons également un léger effet instationnaire : à la fermeture, la pression  $p_g$  mesurée est un peu plus élevé que la prédiction théorique, lors de l'ouverture c'est l'inverse. Nous remarquerons que le nombre de Strouhal dans notre expérience est à peu près trois fois plus élevé que pour la parole voisée d'un adulte mâle.

### 4.2.2 Lèvres à petite gaussienne

Nous présentons (*cf.* fig. 4.7) les résultats sur la géométrie à lèvres à petite gaussienne, avec les théories de Reynolds quasi-stationnaire et de Thwaites quasi-stationnaire.

Les prédictions de Thwaites quasi-stationnaire, et encore plus de Reynolds quasi-stationnaire, fournissent une pression glottique théorique  $p_g$  nettement supérieure aux résultats expérimentaux. La théorie de Thwaites prévoit cependant le bon signe de  $p_g$  alors que l'approximation de Reynolds ne prévoit pas le bon signe.

### 4.2.3 Lèvres à grande gaussienne

Nous présentons dans la figure (4.8) les mêmes modèles théoriques que précédemment (section 4.2.2), mais cette fois pour une géométrie au profil variant plus en hauteur : les lèvres à grande gaussienne.

L'approximation de Reynolds quasi-stationnaire se révèle toujours aussi fausse. L'écart entre l'expérience et le modèle de Thwaites quasi-stationnaire se réduit. Cependant les variations de  $p_g$  en fonction du temps sont bien plus faibles que les variations expérimentales.

### 4.2.4 Lèvres rondes

Nous étudions maintenant les lèvres rondes. Pour une grande ouverture (*cf.* fig 4.9), nous voyons que les modèles de Thwaites quasi-stationnaire et celui de Couche Limite

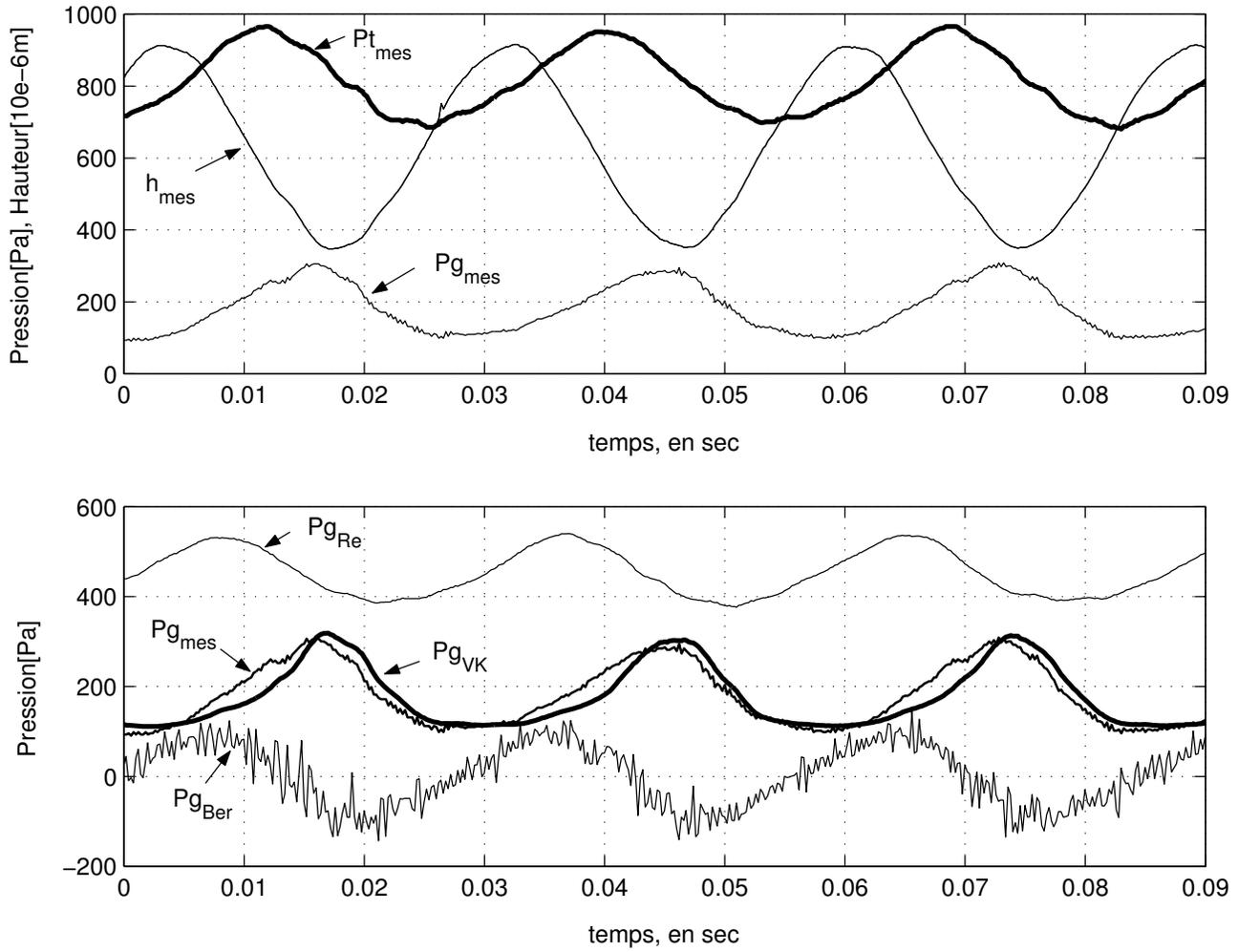


FIG. 4.6 – Comparaison de l'expérience avec les modèles de Bernoulli-instationnaire, Reynolds-instationnaire et Von Kàrmàn quasi-stationnaire, pour une oscillation sans choc à grande ouverture ( $h_{\min} = 0,35$  mm), pour le canal à hauteur uniforme.

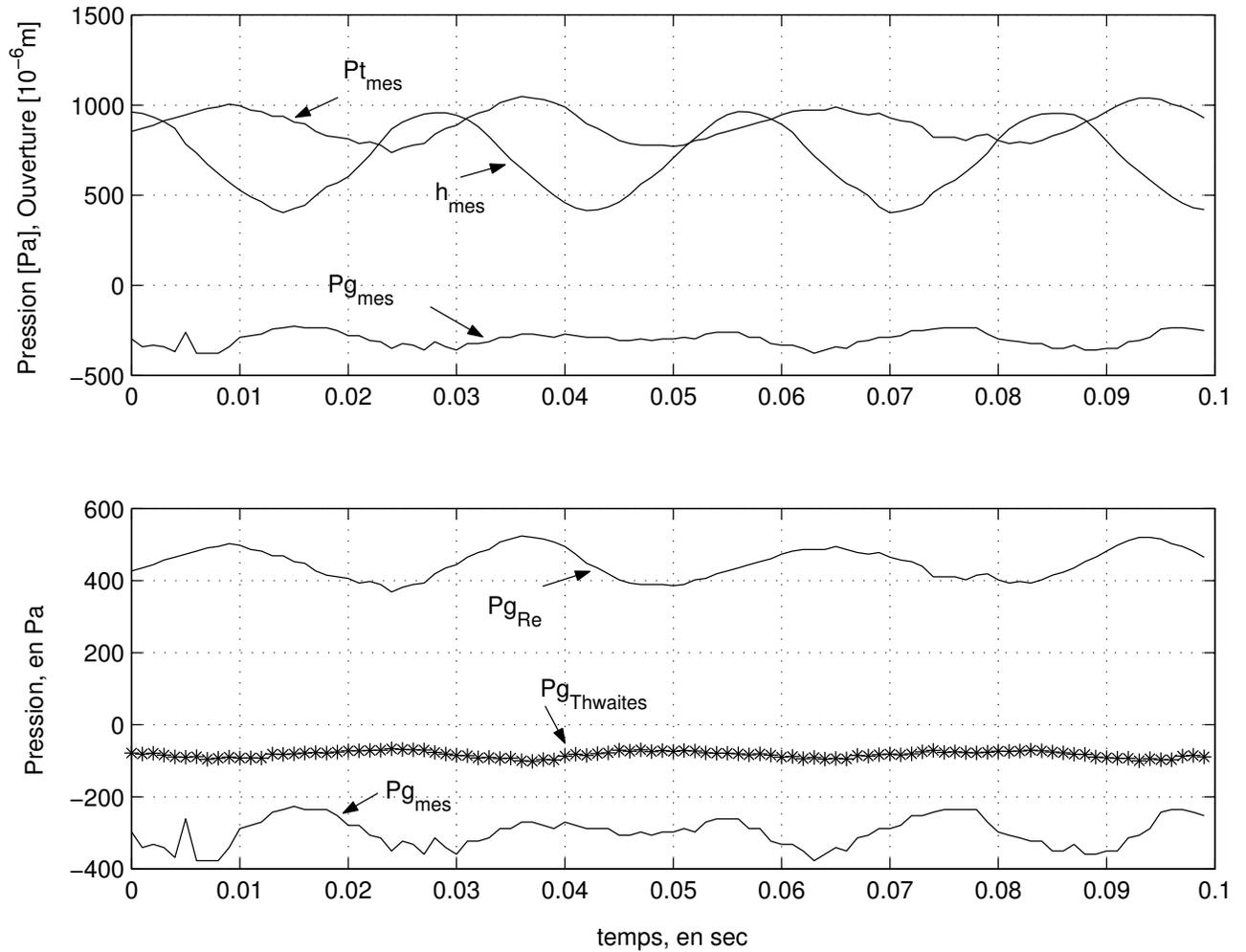


FIG. 4.7 – Comparaison de l'expérience avec les modèles de Reynolds quasi-stationnaire et Thwaites quasi-stationnaire, pour une oscillation sans choc à grande ouverture ( $h_{\min} = 0,35$  mm), pour les lèvres à petite gaussienne.

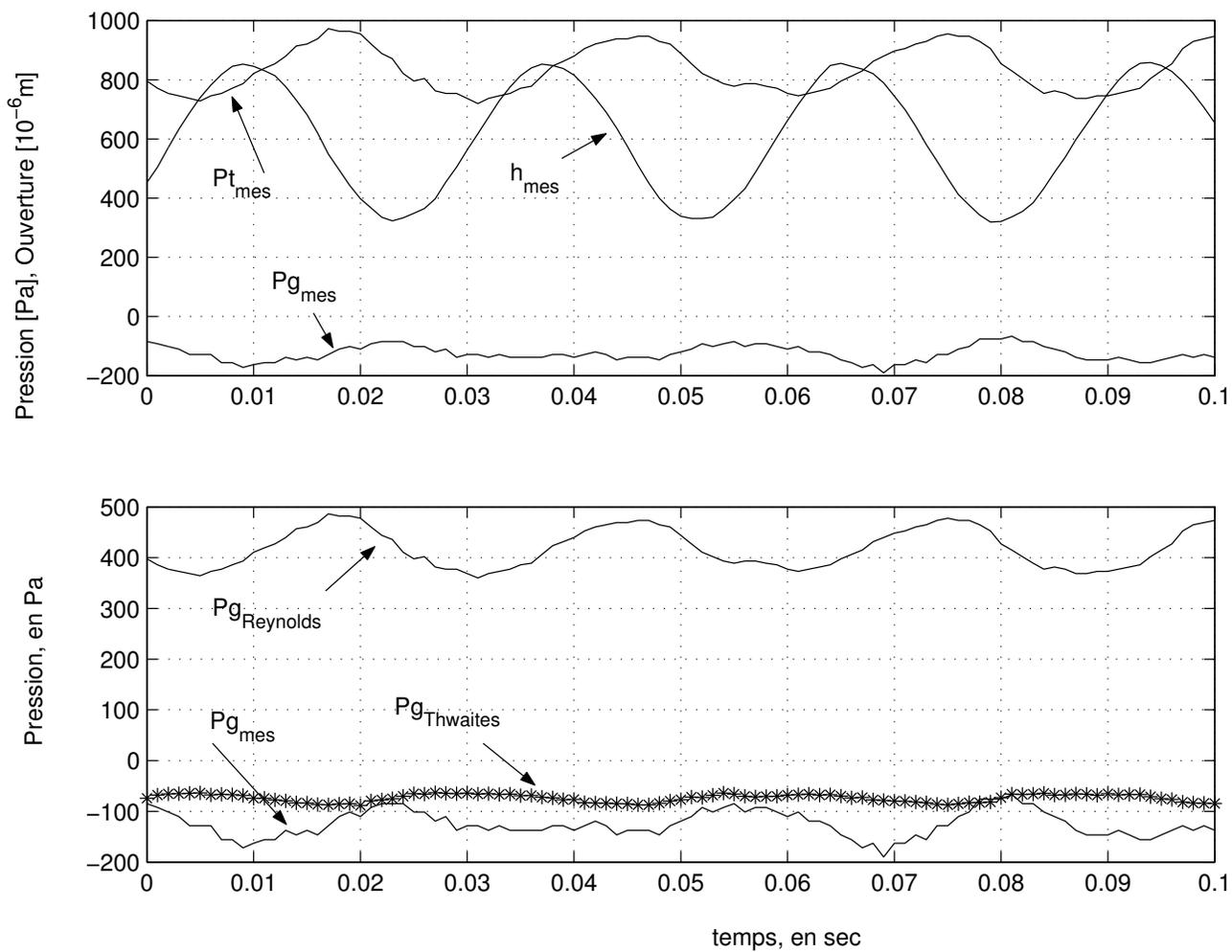


FIG. 4.8 – Comparaison de l'expérience avec les modèles de Reynolds quasi-stationnaire et Thwaites quasi-stationnaire, pour une oscillation sans choc à grande ouverture ( $h_{min} = 0,35$  mm), pour les lèvres à grande gaussienne.

Interactive quasi-stationnaire, prédisent qualitativement le comportement de  $p_g$ . En particulier, le modèle développé par Vilain [16] basé sur Thwaites est relativement précis. Cependant, les variations temporelles de pression  $p_g$  donnés par celui-ci sont plus faibles que celles mesurées. Nous constatons que les pressions résultantes du calcul de Couche Limite Interactive quasi-stationnaire sont 2 à 3 fois trop grandes (en valeur absolu). C'est en partie dû à la prise en compte de la remontée finale de pression, qui est ignorée dans le modèle de Thwaites, et qui semble exagérée dans nos calculs de Couche Limite Interactive (cf. section (2.3.3)). Les résultats semblent confirmer l'utilité d'un modèle quasi-stationnaire de couches limites pour décrire l'écoulement dans la glotte. Un modèle instationnaire ne semble pas être utile..

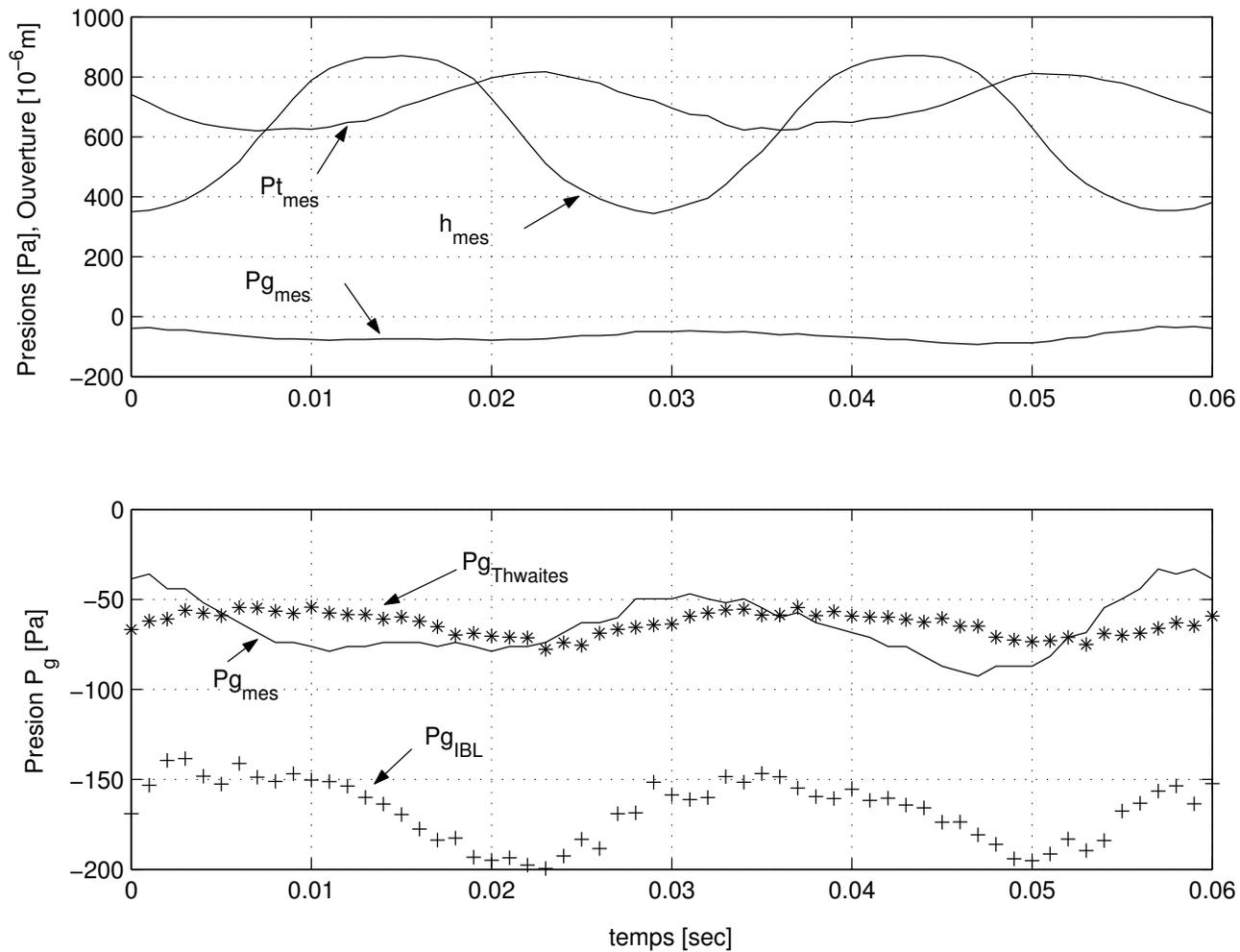


FIG. 4.9 – Comparaison de l'expérience avec les modèles de Thwaites quasi-stationnaire et de Couche Limite Interactive quasi-stationnaire, sur une oscillation sans choc à grande ouverture ( $h_{min} = 0,35$  mm), pour les lèvres rondes.

### 4.3 Oscillation sans choc : petites ouvertures

Nous poursuivons notre étude de l'effet de la hauteur d'ouverture glottique  $h$ , dans les mesures instationnaire, avec des ouvertures plus faibles. L'ouverture  $h(t)$  varie maintenant entre 0,1 et 0,6 mm. Ceci rend l'instationnarité de l'écoulement plus importante par effet de déplacement de fluide, par le mouvement des parois.

#### 4.3.1 Canal à hauteur uniforme

La figure (4.10) présente les résultats expérimentaux pour une oscillation sans choc avec petite ouverture, du modèle à canal à hauteur uniforme, et une comparaison avec les prévisions de trois théories : Bernoulli-instationnaire, approximations de Reynolds-instationnaire et Von Kàrmàn quasi-stationnaire. Nous constatons que les théories de Bernoulli-instationnaire et approximation de Reynolds-instationnaire ne sont pas en accord avec la mesure. La théorie de Von Kàrmàn quasi-stationnaire semble en meilleur accord. Nous observons le même effet instationnaire que lors la grande ouverture (*cf.* section 4.2.1) mais de manière plus importante : à la fermeture, la pression  $p_g$  mesurée est un peu plus élevée que la prédiction théorique, lors de l'ouverture c'est l'inverse.

#### 4.3.2 Lèvres à petite gaussienne

Dans un premier temps, nous utilisons la méthode de Thwaites quasi-stationnaire sur l'ensemble de la mesure. Cette méthode donne globalement de bons résultats pour les grandes ouvertures. Ce code de calcul rencontre des difficultés aux ouvertures  $h$  plus petites que deux fois l'épaisseur de couches limites  $\delta$ . En fait, nous avons constaté sur la géométrie ronde (*cf.* section 4.4.4) qu'au moment de la collision, le simple modèle visqueux quasi-stationnaire de Reynolds, avec  $p_g = p_t/2$  pour raison de symétrie, était alors le meilleur. Nous avons alors combiné la méthode de Thwaites et de Reynolds dans le même code de calcul avec une condition sur l'épaisseur de couche limite :

- Si l'épaisseur  $\delta$  de couche limite est inférieure à l'ouverture  $h$  divisé par 2, alors nous appliquons la méthode de Thwaites.
- Si l'épaisseur  $\delta$  de couche limite est supérieure à l'ouverture  $h$  divisé par 2, alors nous appliquons la méthode de Reynolds avec  $p_g = p_t/2$ .

Le critère pour le passage d'un modèle à l'autre n'est pas idéal et pourrait être amélioré.

D'autre part, il serait intéressant d'utiliser un modèle de Reynolds instationnaire (*cf.* annexe B.2.4).

Nous présentons (*cf.* fig. 4.11) les résultats sur la géométrie à lèvres à petite gaussienne, avec les théories de Reynolds quasi-stationnaire et de Thwaites quasi-stationnaire.

Lorsque nous nous approchons du choc avec de petites ouvertures (*cf.* fig. 4.3.4), la pression  $p_g$  présente un pic à l'instant où l'ouverture  $h$  est la plus faible et redescend quand l'ouverture s'agrandit. L'algorithme de Thwaites quasi-stationnaire ne prédit malheureusement pas cette évolution. L'épaisseur de couche limite  $\delta$  étant alors supérieur à la moitié de la hauteur d'ouverture, notre algorithme bascule au modèle visqueux de Reynolds quasi-stationnaire. Cependant, dans ce cas, la pression glottique mesurée n'atteint pas la valeur de  $p_g = p_t/2$ . Nous confirmons ici, que le critère de

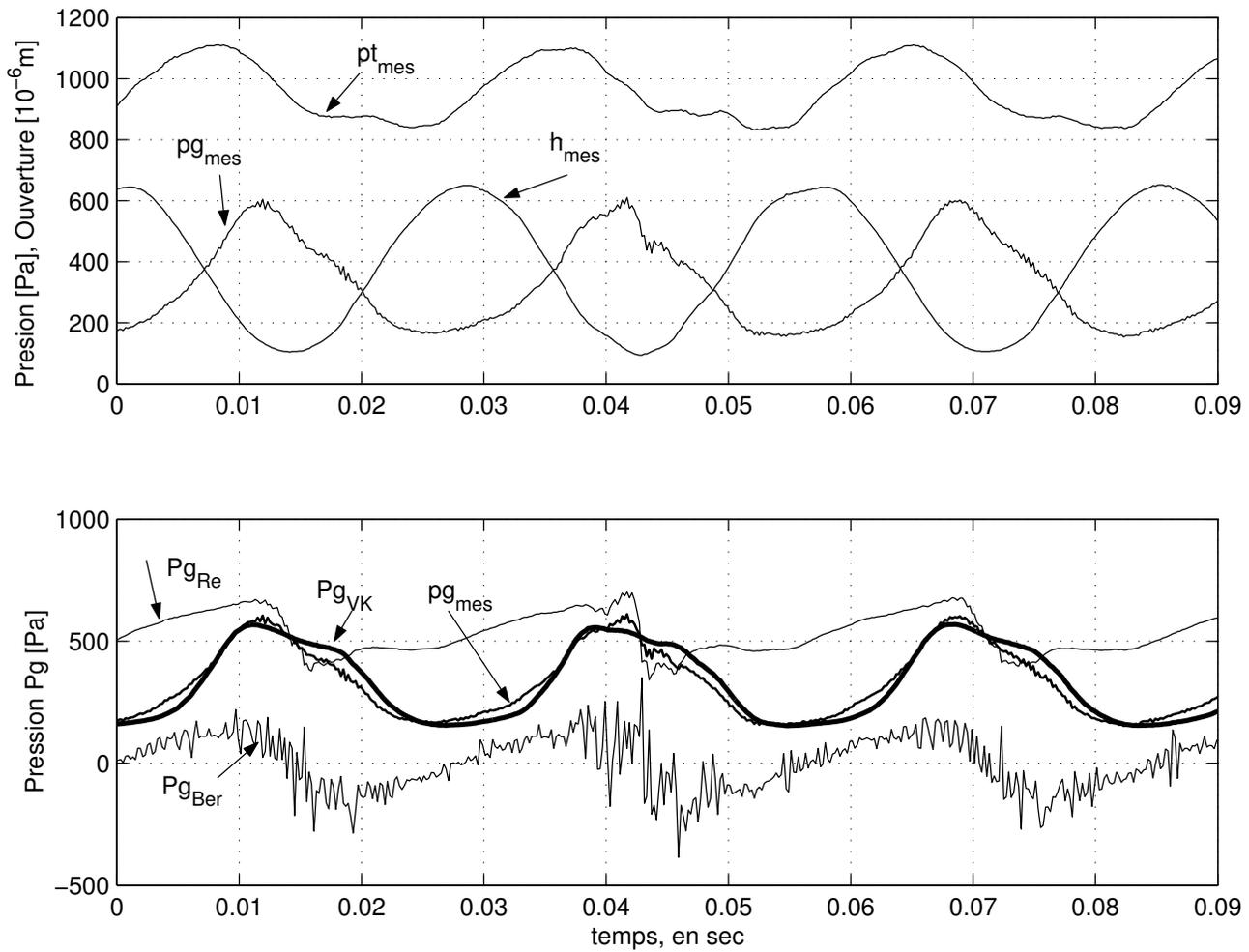


FIG. 4.10 – Comparaison de l'expérience avec les modèles de Bernoulli-instationnaire, Reynolds-instationnaire et Von Kàrmàn quasi-stationnaire, pour une oscillation sans choc à petite ouverture ( $h_{min} = 0,1$  mm), pour le canal à hauteur uniforme.

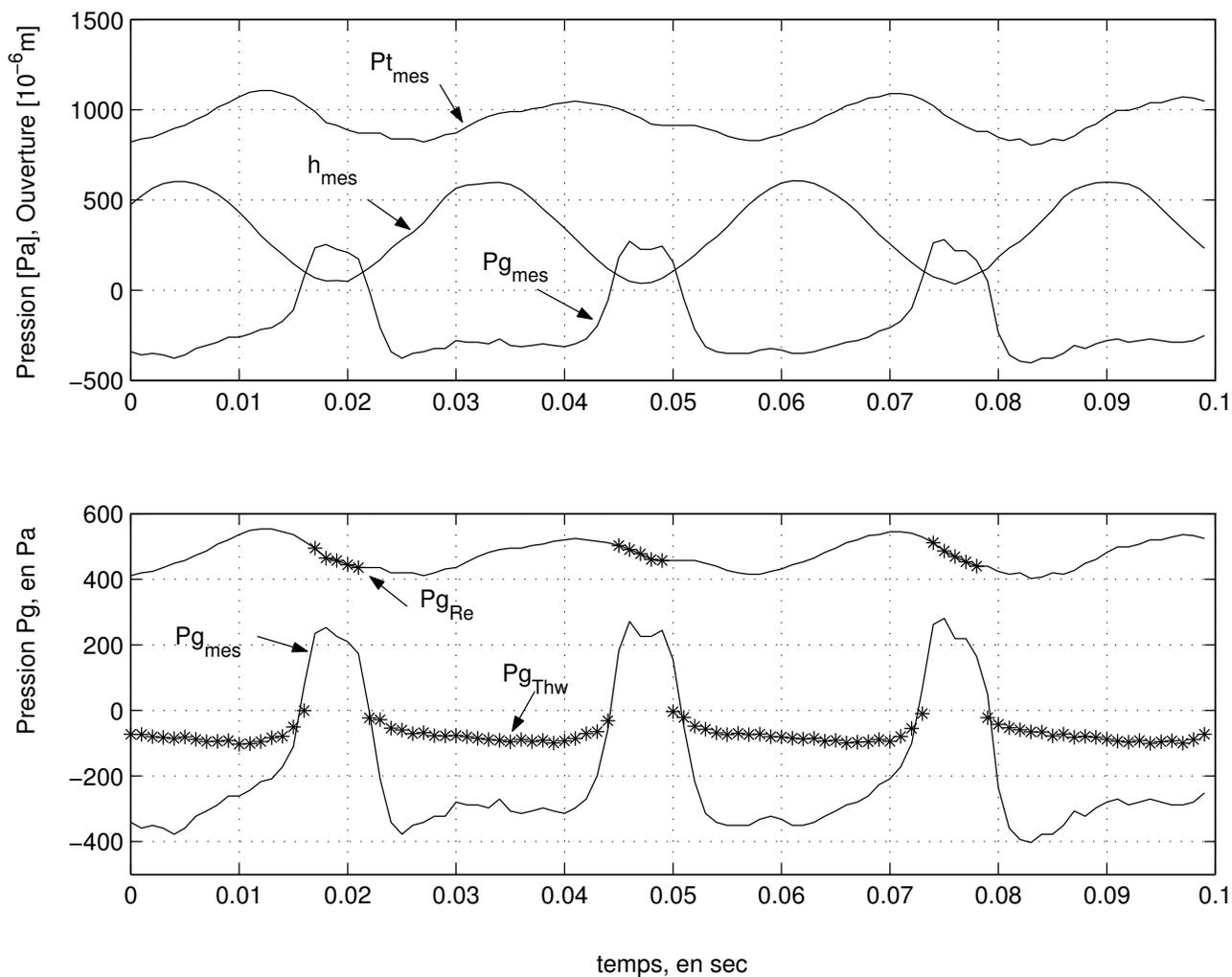


FIG. 4.11 – Comparaison de l'expérience avec les modèles de Reynolds quasi-stationnaire et Thwaites quasi-stationnaire, pour une oscillation sans choc à petite ouverture ( $h_{min} = 0,1$  mm), pour les lèvres à petite gaussienne.

changement de modèles devra être amélioré, voire trouver un modèle intermédiaire. Nous regarderons si lors de la collision, si importante en paroles, la hausse de pression glottique  $p_g$  connaît un palier ou non.

### 4.3.3 Lèvres à grande gaussienne

Nous présentons dans la figure (4.12) les mêmes modèles théoriques que précédemment (section 4.3.2), mais cette fois pour une géométrie au profil variant plus en hauteur : les lèvres à grande gaussienne.

Dans le cas des lèvres à grande gaussienne, lorsque nous nous rapprochons du choc avec de petites ouvertures (*cf* fig. 4.3.4), la pression  $p_g$  présente un pic à l'instant où l'ouverture  $h$  est la plus faible et redescend quand l'ouverture s'agrandit. Les conclusions sont similaires au cas des lèvres à petite gaussienne (*cf.* section 4.3.2). Le modèle de Thwaites fournit un bon ordre de grandeur pour les grandes ouvertures, mais n'est pas adapté pour des ouvertures plus petites. Le modèle visqueux de Reynolds quasi-stationnaire est alors plus raisonnable, même s'il prédit des pressions trop élevées.

### 4.3.4 Lèvres rondes

Dans le cas des lèvres rondes, lorsque nous nous rapprochons du choc avec de petites ouvertures (*cf* fig. 4.3.4), la pression  $p_g$  présente un pic à l'instant où l'ouverture  $h$  est la plus faible et redescend quand l'ouverture s'agrandit. Les conclusions sont identiques au cas des lèvres à gaussienne (*cf.* sections 4.3.2 et 4.3.3). Le modèle de Thwaites fournit un bon ordre de grandeur pour les grandes ouvertures, mais n'est pas adapté pour des ouvertures plus petites. Le modèle visqueux de Reynolds quasi-stationnaire est alors plus raisonnable, même s'il prédit des pressions trop élevées.

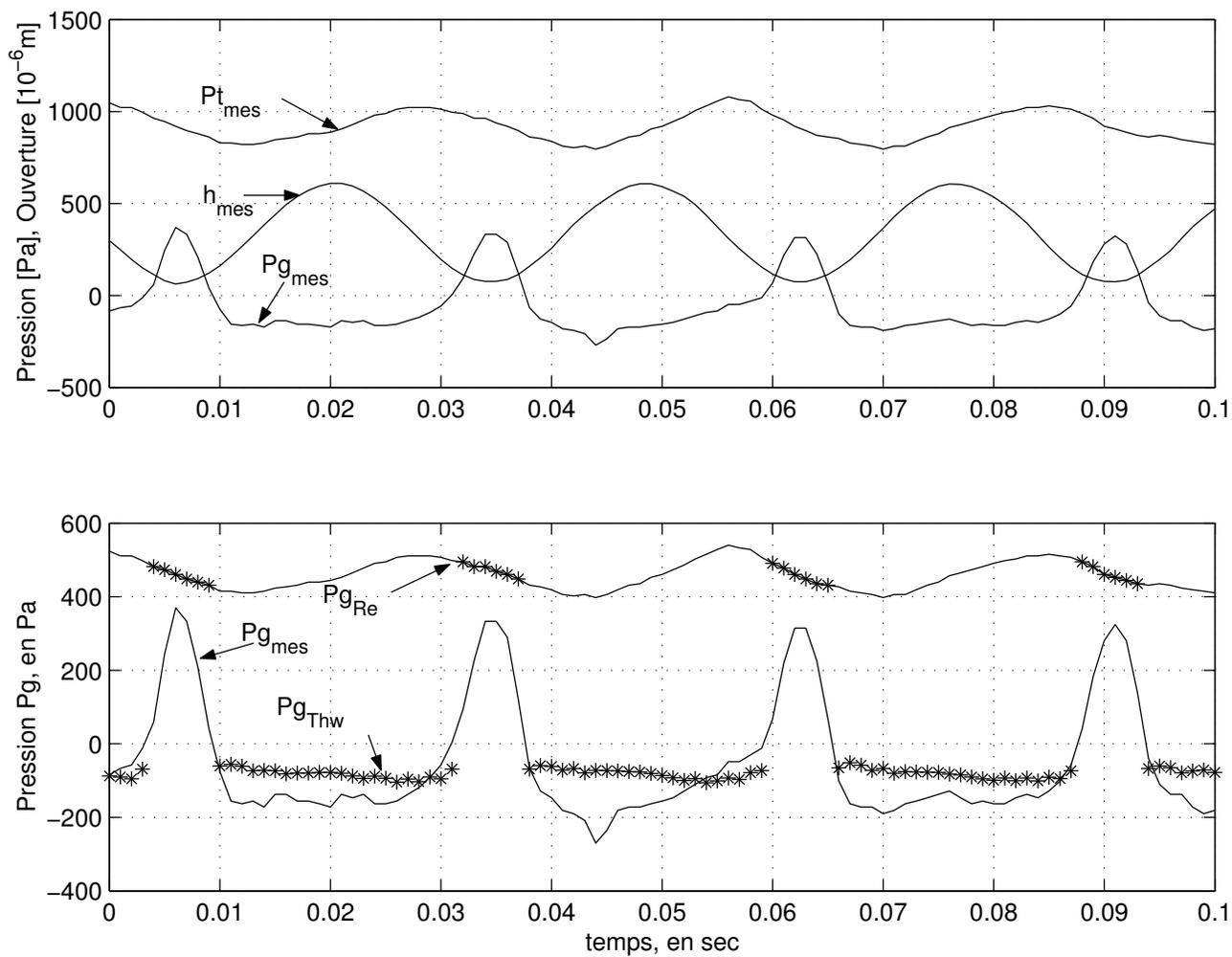


FIG. 4.12 – Comparaison de l'expérience avec les modèles de Reynolds quasi-stationnaire et Thwaites quasi-stationnaire, pour une oscillation sans choc à grande ouverture ( $h_{min} = 0,1$  mm), pour les lèvres à grande gaussienne.

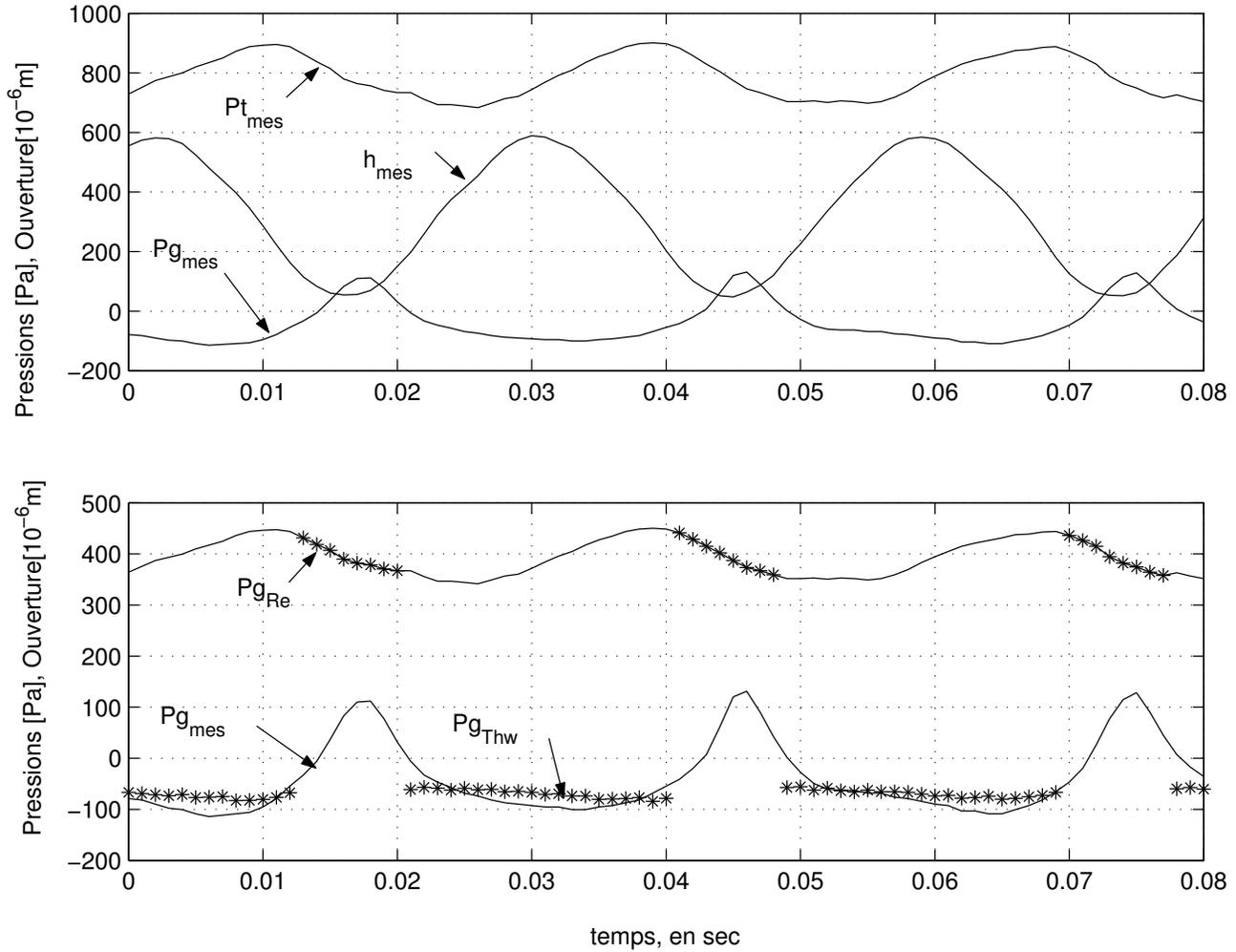


FIG. 4.13 – Comparaison de l'expérience avec les modèles de Reynolds quasi-stationnaire et de Thwaites quasi-stationnaire, sur une oscillation sans choc à petite ouverture ( $h_{min} = 0,1$  mm), pour les lèvres rondes.

## 4.4 Oscillation avec chocs

Nous considérons maintenant l'effet du choc pour nos différentes géométries. Le choc est important en parole, autant pour son effet mécanique (amortissement et non-linéarité) que pour la production de sons audibles.

### 4.4.1 Canal à hauteur uniforme

Nous commençons cette étude du choc dans le cas du canal à hauteur uniforme. La figure (4.14) présente une comparaison des résultats expérimentaux avec trois résultats théoriques : Bernoulli-instationnaire, Reynolds-instationnaire et Von Kàrmàn quasi-stationnaire. Lors de la collision, la pression  $p_g$  subit une augmentation très forte (saturant le capteur de mesure) et devient négative à la réouverture. Aucune théorie n'est bonne. C'est cependant le théorie de Reynolds-instationnaire qui donne les résultats les plus raisonnables. La théorie de Bernoulli-instationnaire donne les résultats les plus mauvais. Le modèle de Von Kàrmàn quasi-stationnaire est bon pendant les grandes ouvertures.

### 4.4.2 Lèvres à petite gaussienne

Pour les lèvres à petite gaussienne, au moment du choc (*cf.* fig. 4.15), la pression  $p_g$  présente un saut. Ce saut est nettement moins important que pour la canal à hauteur uniforme (*cf.* section 4.4.1). Ce saut n'atteint que le tiers ou le quart de la valeur de la pression amont  $p_t$ . La théorie quasi-stationnaire de Thwaites reste incapable de prédire cette évolution renvoyant systématiquement une pression glottique  $p_g$  négative. C'est pourquoi nous avons fait l'hypothèse d'un changement de modèle. Pour une épaisseur de couche limite  $\delta$  dépassant la moitié de la hauteur  $h$  du canal, nous employons l'hypothèse  $p_g = p_t/2$ . Le modèle de Reynolds quasi-stationnaire prédit cependant des pression supérieures à la pression mesurée. Le comportement expérimental de  $p_g$  bien que reproductible reste incompris.

### 4.4.3 Lèvres à grande gaussienne

Pour les lèvres à grande gaussienne, au moment de la collision (*cf.* fig. 4.16), la pression glottique  $p_g$  présente toujours une nette élévation. Le modèle de Thwaites quasi-stationnaire, fournit un bon ordre de grandeur pendant les grandes ouvertures. Par ailleurs, il se révèle incapable de prévoir le comportement à l'instant du choc. C'est pourquoi nous faisons alors appel au modèle visqueux de Reynolds quasi-stationnaire, plus proche de l'expérience en cet instant. La pression expérimentale est alors un peu supérieure à la moitié de la pression amont  $p_t$  prédite par ce modèle. Il serait intéressant de vérifier si cet écart ne serait pas dû à de légers effets instationnaires (*cf.* annexe B.2.4).

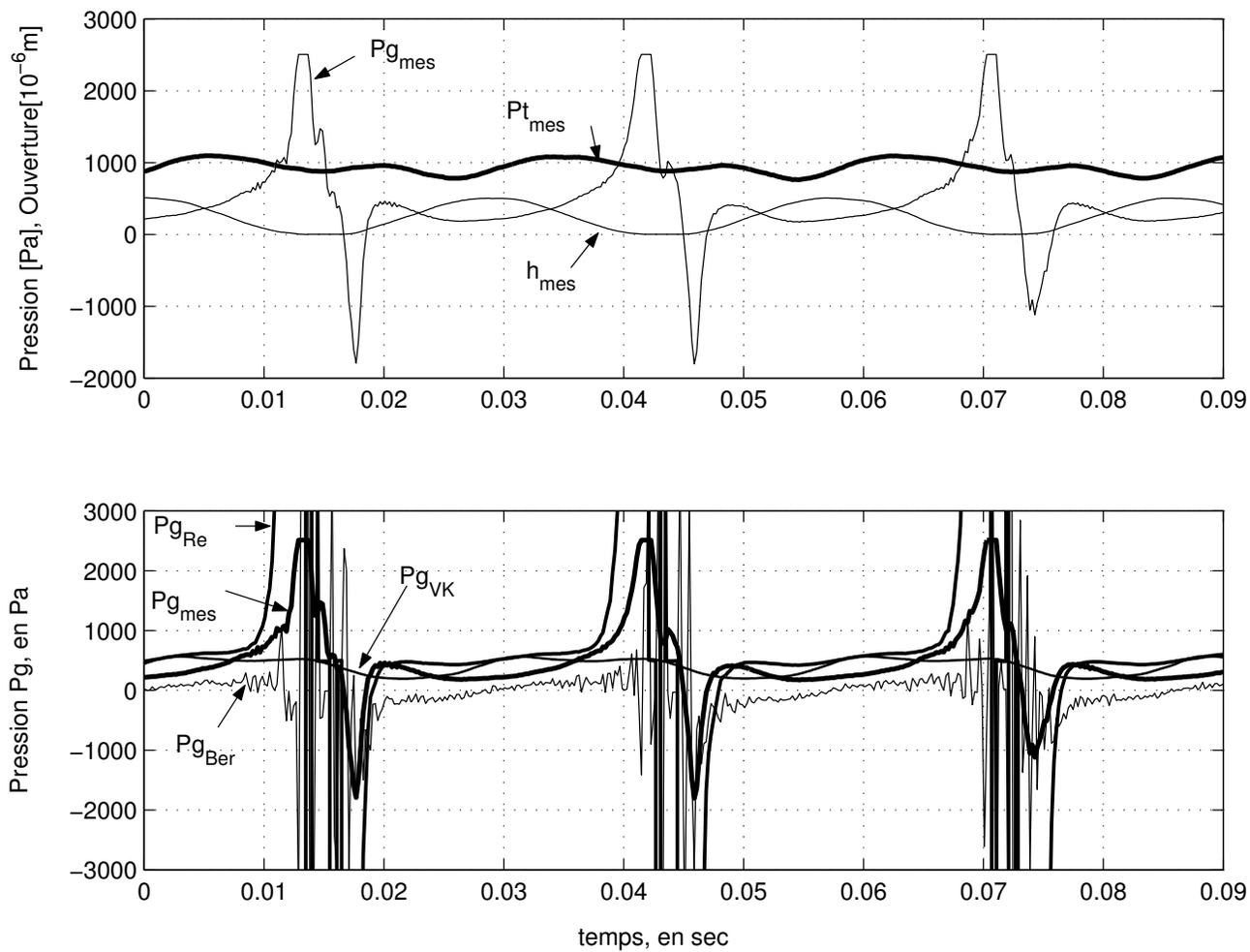


FIG. 4.14 – Etude d’une collision ( $h_{min} = 0,0$  mm), par les modèles de Bernoulli-instationnaire, Reynolds-instationnaire et Von Kàrmàn quasi-stationnaire, pour le canal à hauteur uniforme.

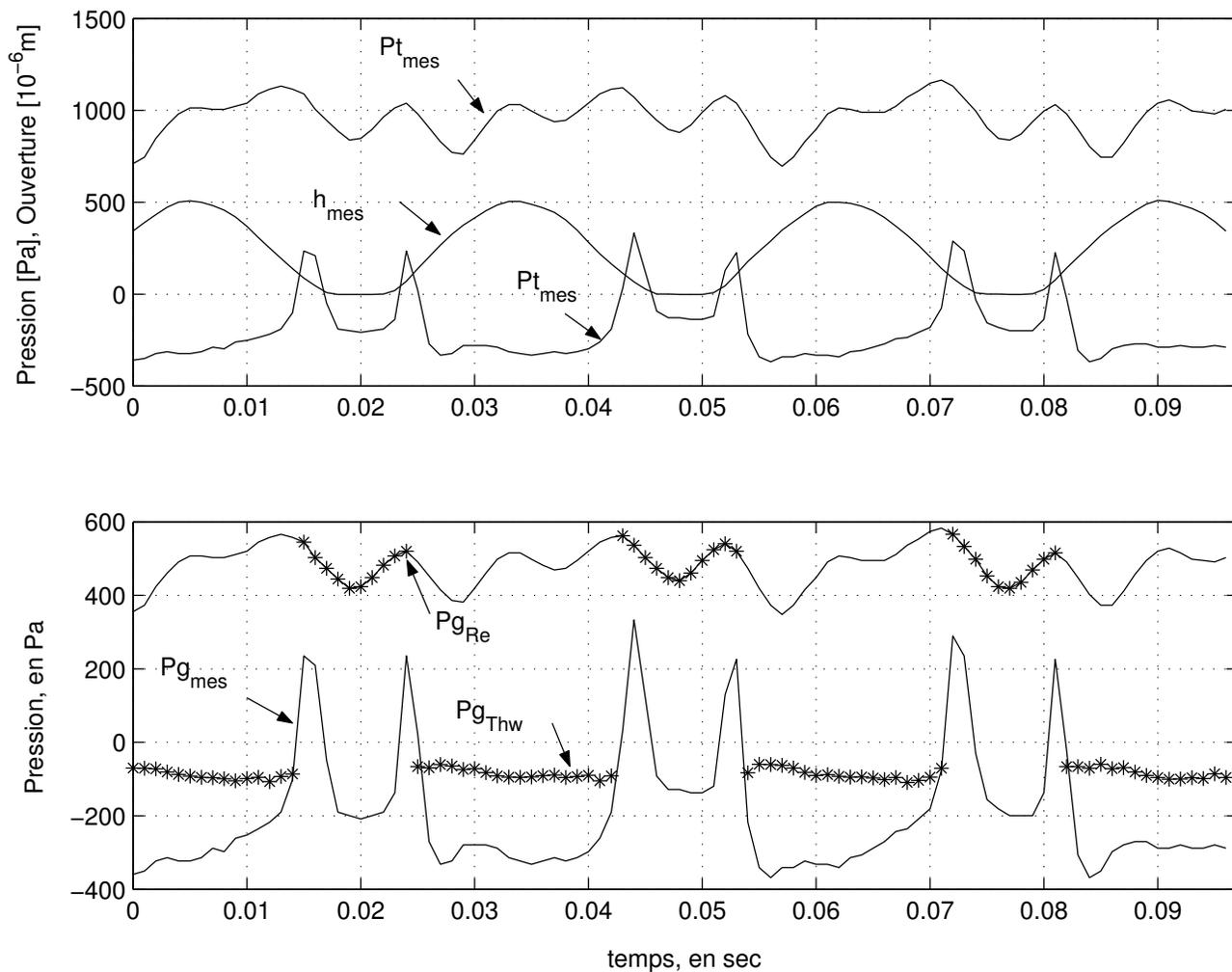


FIG. 4.15 – Etude d’une collision ( $h_{min} = 0,0$  mm), par les modèles de Reynolds quasi-stationnaire et de Thwaites quasi-stationnaire, pour les lèvres à petite gaussienne.

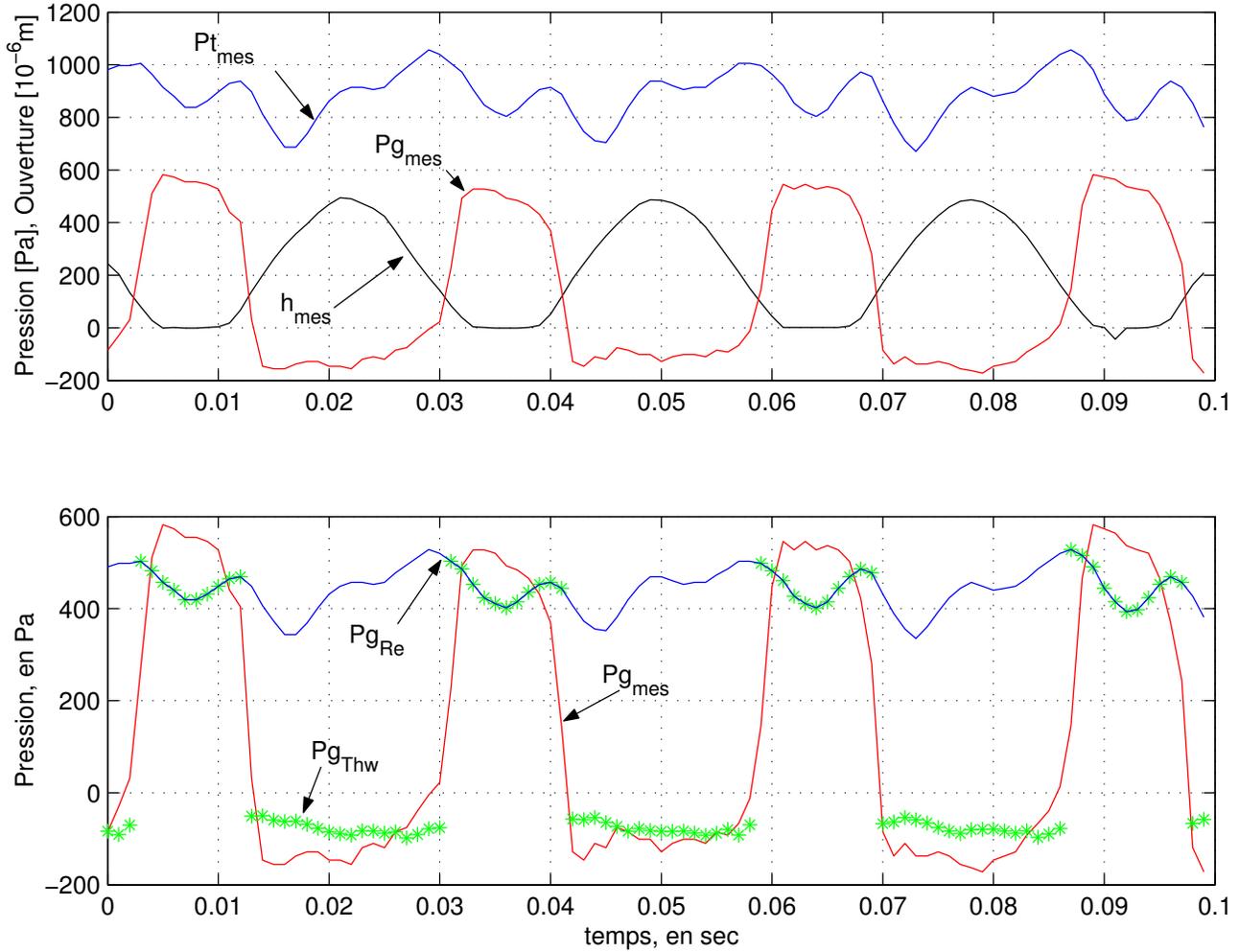


FIG. 4.16 – Etude d’une collision ( $h_{min} = 0,0$  mm), par les modèles de Reynolds quasi-stationnaire et de Thwaites quasi-stationnaire, pour les lèvres à grande gaussienne.

#### 4.4.4 Lèvres rondes

Nous observons qu'au moment de la collision des lèvres rondes (*cf* fig 4.17), la pression  $p_g$  ne suit plus du tout les variations de la pression amont  $p_t$ , mais présente un fort saut pour atteindre un palier proche de la valeur  $p_g = p_t/2$ . Ce comportement quasi-stationnaire visqueux correspond aux prédictions de la théorie de Reynolds.

#### 4.4.5 Importance de la forme sur le choc

Dans le cas de la géométrie ronde, nous avons vu que la pression  $p_g$  présente un fort saut de pression, justifiant le passage d'un modèle de Thwaites à un modèle de Reynolds quasi-stationnaire ( $p_g = p_t/2$ ). Dans le cas du canal à hauteur uniforme (*cf* fig 4.14), le saut de pression induit par le choc est plus important. La pression  $p_g$  dépasse largement la pression  $p_t$  (en fait au-delà des limites de notre capteur). Dans ce cas, l'effet de l'inertie du débit pompé par le mouvement des parois domine. Dans le canal à hauteur uniforme, au moment de la collision, l'air ne peut pas s'échapper, l'écoulement est essentiellement instationnaire. Dans le cas des lèvres rondes, voire à gaussiennes, le choc est limité à une ligne et non plus sur un plan. L'air peut donc plus facilement s'échapper latéralement. Un modèle quasi-stationnaire est donc alors raisonnable. Le comportement pendant le choc pour les lèvres à petite gaussienne est cependant incompréhensible et fort différent des autres cas.

Dans la réalité in-vivo, la surpression du choc aura tendance à aplatiser les lèvres autour de la surface de choc. Nous pouvons donc nous attendre à un effet d'inertie important et à une interaction fluide-structure prononcée. Les résultats obtenus ici avec des lèvres rigides pourraient ne pas être représentatifs.

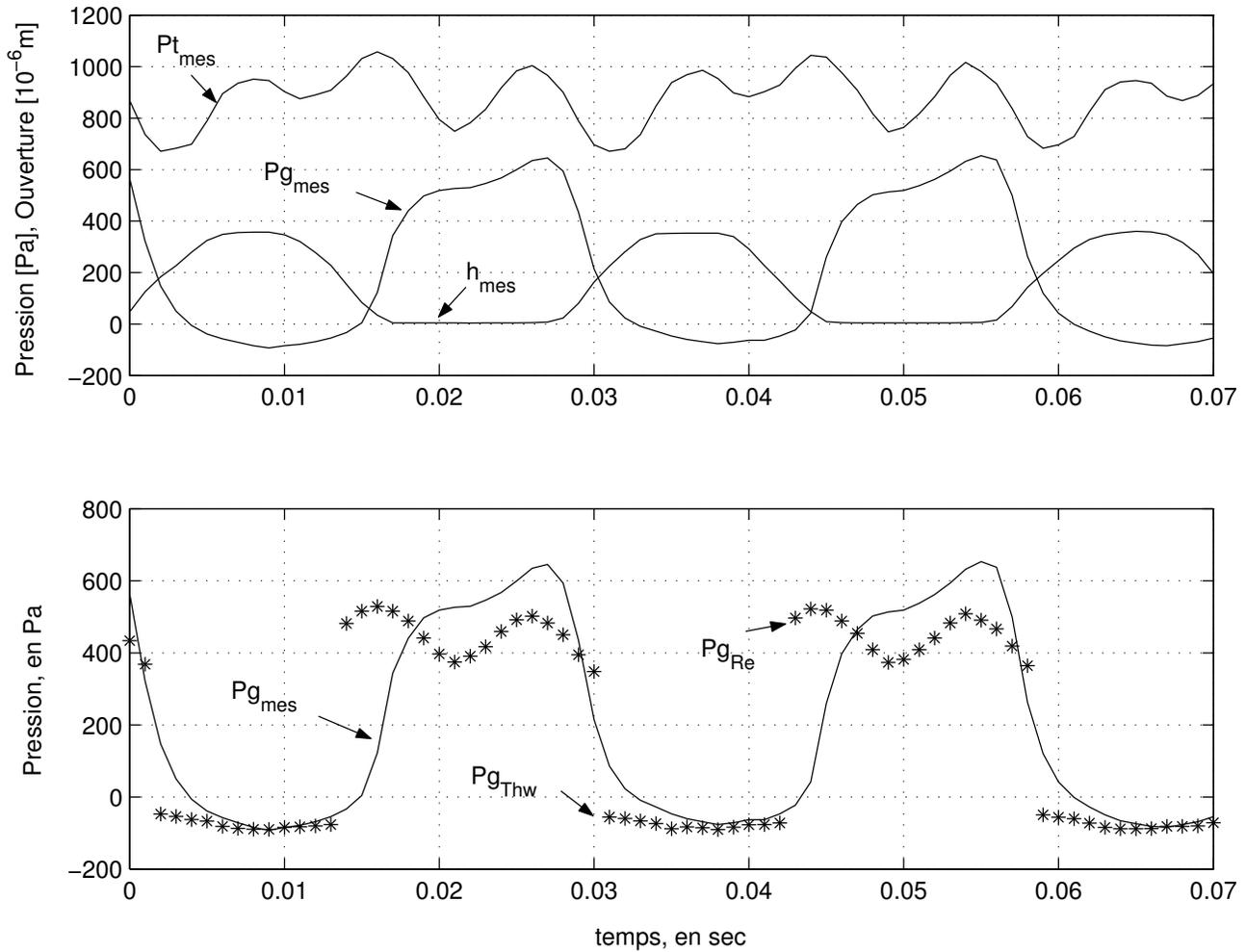


FIG. 4.17 – Etude d’une collision ( $h_{min} = 0$  mm), par les modèles de Reynolds quasi-stationnaire et de Thwaites quasi-stationnaire, pour les lèvres rondes.

# Chapitre 5

## Conclusion Générale

Le but principal de cette étude réside dans le développement de modèles simplifiés de l'écoulement, à travers la glotte, pendant la production de sons voisés.

Au cours du second chapitre, nous avons étudié certaines grandeurs caractéristiques qui nous ont permis d'émettre un certain nombre d'hypothèses simplificatrices. L'écoulement peut être supposé incompressible (Nombre de Mach  $M = \frac{u_0}{c_0} \ll 1$ ), bidimensionnel ( $h \ll L_g$ ), quasi-parallèle ( $h/L = o(10^{-1})$ ), et quasi-stationnaire (Nombre de Strouhal  $St = o(1)$ ). De plus, le gradient de pression est négligeable dans la direction transverse ( $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ ) et nous nous situons dans l'approximation de couche limite ( $\delta \ll L$ ). Toutes ces hypothèses, nous ont permis d'utiliser des modèles théoriques simplifiés, découlant en particulier des équations de Prandtl <sup>1</sup>. Nous avons aussi mentionnés (*cf.* section 2.3.3), la remontée finale de pression, après la séparation de l'écoulement et l'influence que pouvait donc avoir le choix de la position finale des calculs, en particulier avec l'algorithme de Couche Limite Interactive.

Le chapitre trois était principalement consacré à la description du montage expérimental et a permis de voir que les phénomènes se déroulant dans la glotte sont indépendants de l'alimentation d'entrée.

Le chapitre quatre regroupe les résultats de notre étude sur l'effet de la hauteur. En comparant avec les mesures expérimentales, nous avons pu dresser quelques conclusions sur les diverses théories envisagées.

Un fait expérimental important est, qu'en dehors du choc, pour une ouverture glottique  $h > 2 * \delta$ , les effets instationnaires sont négligeables et qu'un modèle quasi-stationnaire simple suffit donc à expliquer nos résultats pour la géométrie ronde, voire les géométries à gaussienne. Les effets visqueux jouent dans ce cas un rôle important. Dans ce cas, un modèle de couches limites, tel que le modèle de Thwaites quasi-stationnaire, est une bonne approximation.

Lors de la collision, un modèle de couches limites n'est certainement pas valable. Nous observons alors expérimentalement un fort saut de la pression glottique. Dans le cas du canal de hauteur uniforme, l'effet de l'inertie du débit pompé par le mouvement des parois est important, la pression glottique  $p_g$  dépasse la pression amont  $p_t$ . Le modèle visqueux de Reynolds instationnaire est dans cette géométrie le meilleur lors de la collision. Ce dernier suppose un équilibre entre les forces visqueuses et les forces

---

<sup>1</sup>Au sujet des théories simplifiées employées, se référer également à l'annexe B.

de pression. Pour les lèvres arrondies, un modèle quasi-stationnaire de Reynolds, qui conduit, en raison de la symétrie, à  $p_g = \frac{p_t}{2}$  est raisonnable au moment du choc. Le passage d'un modèle à l'autre se fait lorsque l'épaisseur de la couche limite au point de constriction maximale dépasse la moitié de la hauteur du canal glottique  $h_{min}$ . Ce critère devra cependant être amélioré.

D'autres modèles ont également été testés, mais ils ne donnent pas des résultats aussi intéressants :

- Le modèle de Bernoulli stationnaire conduit à une pression glottique  $p_g$  théorique égale à la pression dans le jet aval  $p_j = 0$ . Il y a donc un désaccord fondamental avec l'expérience. En effet, ce modèle utilise trop de simplifications dans ses hypothèses : il suppose un écoulement sans viscosité, or celle-ci joue un rôle important dans la pratique.
- Le point de séparation n'étant pas fixe avec nos géométries ronde et gaussiennes, le modèle de Bernoulli instationnaire n'est pas directement utilisable. Même lorsqu'il peut être utilisé, dans le cas du canal à hauteur uniforme, ce modèle apporte peu d'améliorations.
- Une approche intégrale, telle que celle développée par Lagrée au Laboratoire de Modélisation Mécanique de l'Université Paris VI, semble intéressante. Mais dans la pratique, suite à des problèmes de convergence numérique, l'algorithme ne parvient pas à fournir de résultats pour les petites ouvertures. Lorsque le calcul est possible, le modèle de Couche Limite Interactive permet de dépasser le point de séparation ce qui n'est pas le cas avec le modèle de Thwaites. De plus, cet algorithme comporte les effets de l'instationnarité due au mouvement des parois, même si nous ne l'avons pas utilisé dans cette étude faute de temps pour synchroniser le mouvement des parois numériques avec celui des parois expérimentales. Ce modèle semble donc une voix de recherche prometteuse. Certains développements restent à faire, par exemple sur le choix du point d'arrêt des calculs en aval de la glotte.

Dans cet exposé, nous avons surtout parler de pressions et peu de débit. Comme nous le mentionnions dans la section (4.1.4), celui-ci est lié à la pression, mais est moins sensible aux erreurs de pressions des différents modèles. En effet, pour le débit glottique  $\Phi_v$ , c'est la différence de pression  $p_t - p_g$  qui est déterminante et non uniquement la pression  $p_g$ . La pression amont étant très supérieure à la pression glottique  $|p_t| \gg |p_g|$ , la prédiction du débit sera donc peu sensible aux erreurs dans le calcul de la pression glottique  $p_g$ . Au niveau du débit, un modèle simple de Bernoulli, avec séparation  $h_s = h_{min}$  mais sans couche limite, peut donc être utilisé.

Nous avons vu dans la section (4.4.5) l'importance de la forme lors du choc. Il est évident que dans le cas d'un choc de lèvres élastiques, comme c'est le cas in-vivo, le contact entre les lèvres sera plus étendu que pour des lèvres rigides et arrondies. La surpression causée par l'inertie de l'écoulement aura tendance à déformer fortement les lèvres. Ce choc est important en parole pour plusieurs raisons. C'est principalement au moment du choc que les harmoniques supérieures du signal de parole (rayonnées plus efficacement que le fondamental) sont produites. La mécanique du choc détermine aussi l'amortissement des oscillations de la glotte et permet d'éviter un comportement

chaotique. Une étude plus approfondie du comportement pendant le choc de lèvres élastiques serait donc appropriée.

De même, il serait intéressant d'envisager l'influence hydrodynamique de la présence d'une couche liquide pariétale.

# Annexe A

## Quelques notions sur la parole

### A.1 Classification des sons

Il existe plusieurs classifications des sons utilisés en parole. D'une manière globale, il est possible de distinguer les sons suivant le type d'excitation :

- les plosives : Ceux sont les consonnes dites "occlusives". Elles sont générées par un relâchement brusque d'une constriction du conduit vocal. Cette constriction peut être réalisée par les lèvres, dans le cas des plosives dites bilabiales telles que /p/ ou /b/, ou bien par la langue sur les dents dans le cas des plosives dentales, telles que /t/ ou /d/.
- les fricatives : Elles sont aussi appelées articulations consonantiques constrictives. Le son est généré par des turbulences au niveau d'une fermeture quasi totale en un point précis du conduit vocal. Par exemple, la langue est appliquée sur la dent pour créer des sons tels que /f/ ou /v/ (fricative labiodentale). Lors du murmure, le bruit de l'écoulement au travers de la glotte est employé comme source de son (évitant l'entrée en oscillation de la glotte).
- les sons voisés : ils sont liés à l'oscillation périodique des cordes vocales. C'est le cas de toutes les voyelles /a/, /i/ ... et de certaines consonnes dites voisées /j/, /z/ ... Notre étude se concentre particulièrement sur ce dernier type de sons. Nous cherchons à modéliser les oscillations des cordes vocales.

### A.2 Physiologie

De nombreux organes sont impliqués dans le processus de la parole. Suivant le cas, leur rôle peut être différent.

- Les poumons, où se situe l'échange respiratoire, forment un organe clos seulement reliés à l'extérieur par la trachée (un conduit cartilagineux de 10 à 15 cm de long). Leur principale fonction est de véhiculer le flux respiratoire. Mais dans le cas de la parole, les poumons et la trachée jouent le rôle de source de pression (pression de phonation).
- Les cordes vocales sont des ligaments qui obstruent la trachée transversalement. Elles sont situées dans le larynx. Leur fonction originelle est de se fermer pour empêcher, avec l'épiglotte, les aliments ingérés de descendre dans les poumons.

L'organe phonatoire et l'organe de réception des sons

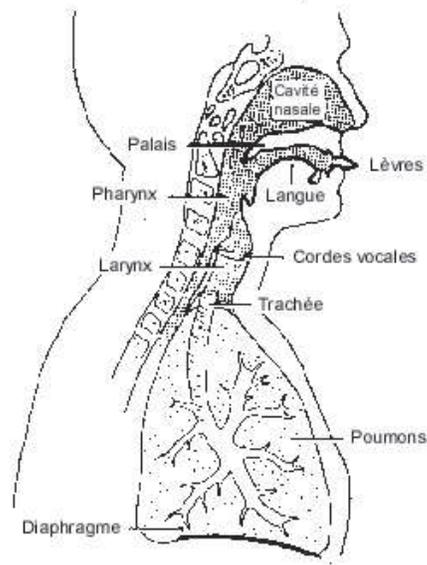


Schéma des parties du corps impliquées dans la production de la parole

FIG. A.1 – Schéma des parties du corps impliquées dans la production de la parole  
*source : Bigot, Charbonnier, Guilbert*

Des muscles permettent d'en moduler la tension, et donc la forme de l'espace libre entre les deux cordes vocales (la glotte). Lors de la production de sons, pour la parole ou le chant, les cordes vocales sont initialement en position fermée. L'ouverture est forcée en augmentant la pression transglottique. Les cordes vocales s'entrouvrent et entrent en vibration. La pression de phonation est aussi appelée pression subglottique. Les cordes vocales jouent donc un rôle de valve. La fréquence d'oscillation, de l'ordre de 50 à 200 Hz, dépendant de la pression de l'air, de la masse et de la tension des cordes vocales. D'un point de vue acoustique, le fonctionnement s'apparente à un instrument à vent (modulation du débit par une "anche").

- Le conduit vocal est la partie comprise entre les cordes vocales et les lèvres. Il comporte le pharynx : situé d'une part entre la bouche et l'œsophage, et d'autre part entre le larynx et les fosses nasales. La bouche comprend la langue et le palais, ainsi que les lèvres qui la ferme. Ce conduit joue le rôle de filtre acoustique (telle une caisse de résonances). En fonction de sa forme, les harmoniques du champ acoustique sont modulées ce qui crée les formants dans la représentation spectrale du son. Ces formants correspondent à des résonances acoustiques et leur positions relatives sont déterminantes pour la reconnaissance de la parole. La modification de la géométrie du conduit vocal change la position des formants. Ce phénomène est appelé l'articulation. Suivant la forme du conduit vocal, les harmoniques correspondants à une même excitation acoustique sont amortis de manière différente, pour donner finalement des sons distincts.

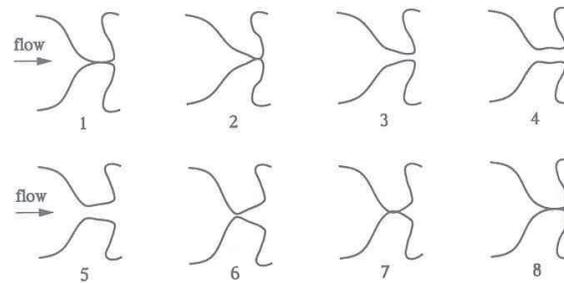


FIG. A.2 – Différentes positions des cordes vocales, au cours d’une période d’oscillation, sous l’action de l’air expulsé par les poumons et arrivant par la trachée à gauche, vers le conduit vocal à droite. [19]

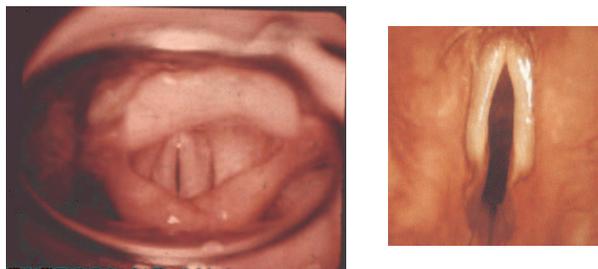


FIG. A.3 – Vues au miroir laryngé de cordes vocales entrouvertes *Source : Voice Center, Eastern Virginia Medical School, www.voice-center.com*

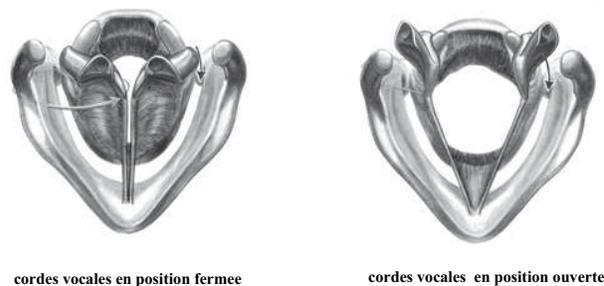


FIG. A.4 – Dessins des cordes vocales fermées et ouvertes *Source : Voice Center, Eastern Virginia Medical School, www.voice-center.com*

### A.3 Différentes prosodies

Le régime normal est le régime parlé, où le cycle de vibration comprend une phase d’ouverture et de fermeture des cordes vocales. Dans ce régime, l’écoulement dans la glotte est considéré comme non turbulent.

Quand les cordes entrent en vibration tout en restant constamment ouvertes, nous avons alors un régime très particulier : le falseto.

## A.4 Modélisation à deux masses

Le premier modèle d'oscillation de la glotte, décrivant le couplage entre l'écoulement et les vibrations mécaniques, indépendamment de l'acoustique du conduit vocal, est le modèle à deux masses de Ishizaka et Flanagan [20]. Chaque corde vocale est représentée par deux systèmes masse-ressort à un degré de liberté. Les masses sont des blocs parallélépipédiques à angles droits, qui se déplacent normalement à l'axe de l'écoulement principal (figure A.5). Les deux systèmes sont couplés par un ressort d'interaction. C'est le système mécanique minimal pour expliquer une oscillation par phénomène de flottement (oscillation auto-entretenu par le couplage fluide-structure avec modèle quasi-stationnaire d'écoulement). Pour simplifier encore plus le problème, Ishizaka et Flanagan ont proposé un modèle d'écoulement localement incompressible et supposé la continuité du débit de volume. Ils ignorent donc le flux induit par le déplacement des parois. Dans chacun des deux canaux formés entre les paires de blocs, ils ont supposé une perte de frottement correspondante à un écoulement de Poiseuille stationnaire, et une différence de pression due à l'inertie de la masse d'air dans le canal. De plus, ils supposent, à chaque angle des blocs, une séparation de l'écoulement et un modèle quasi-stationnaire de mélange, qui prédit des pertes singulières (dissipation de l'énergie cinétique dans le jet par mélange avec l'air environnant). Ce modèle est très utilisé dans la littérature mais n'est ni physiologiquement précis ni logique du point de vue mécanique des fluides. En particulier, il semble aberrant de supposer la séparation aux angles des blocs alors que la glotte à une géométrie lisse. D'autre part, la correction pour l'inertie de la masse d'air dans les canaux est en contradiction avec l'hypothèse de continuité du flux, qui ignore l'effet de pompage dû au mouvement des parois.

En proposant un modèle d'écoulement quasi-stationnaire basé sur l'approxima-

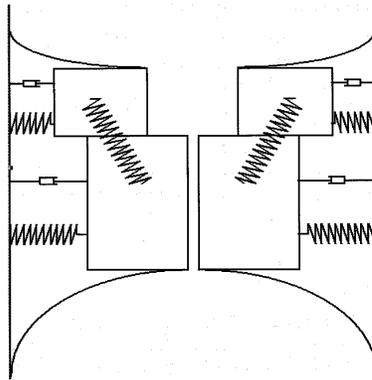


FIG. A.5 – Modèle de glotte proposé par Ishizaka et Flanagan. Nous voyons une coupe transversale de la glotte. Chaque corde vocale est représentée par deux systèmes masse-ressort couplés [20].

tion de couches limites, Pelorson a obtenu une prédiction d'un débit glottique pour un modèle à deux degrés de liberté mécanique ayant une forme lisse (*cf* fig. A.6).

Ce modèle a été vérifié expérimentalement pour un écoulement à travers un modèle in-vitro, rigide et fixe de glotte. La rigidité du modèle in-vitro permet d'obtenir une

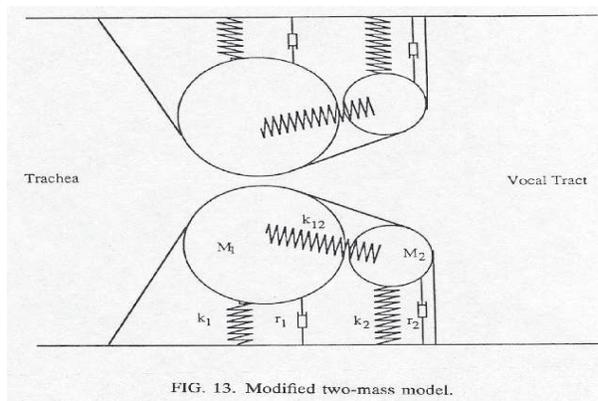


FIG. A.6 – Modèle de glotte proposé par Pelorson [2].

grande précision dans la définition géométrique de la maquette. L'écoulement considéré était, soit un écoulement stationnaire, ou un écoulement induit par une montée brusque de la pression  $p_t$  en amont du modèle.

Le modèle de Pelorson a été comparé par Hofmans [19] à des expériences complémentaires et des calculs numériques résolvant les équations de Navier-Stokes en approximation incompressible. Hofmans a montré que le modèle de Pelorson tend à sous-estimer la sous-pression de glotte  $p_g$  de 30%. Il a aussi montré que le modèle perd sa validité pour certaines géométries de canal glottique (divergence faible) pour lesquels la transition d'un écoulement de jet laminaire vers un écoulement turbulent est un facteur dominant.

Lous [23] a étudié le comportement d'une prothèse de corde vocal à l'aide d'un modèle simplifié dérivé du modèle de Pelorson. Il montre qu'introduire une correction d'inertie dans la description de l'écoulement glottique sans tenir compte de l'effet du mouvement des parois n'améliore pas les résultats du modèle.

Vilain a continué ce travail, dans le cadre d'une collaboration entre l'Institut de la Communication Parlée (INPG, Grenoble) et le TU/e. Vilain [16] et Fraysse [15] ont développé un modèle théorique semblable à celui de Pelorson, mais basé sur l'approximation de Thwaites de résolution des équations de Von Kàrmàn. Cette approximation est plus facile à employer en pratique parce que plus robuste. Il ont de plus étudié l'effet d'une oscillation harmonique de la pression amont  $p_t$  sur l'écoulement au travers du modèle de glotte rigide et fixe utilisé par Pelorson.

Lagrée [5] a proposé une solution des équations de Navier-Stokes parabolisées qui permettrait d'obtenir un modèle instationnaire de l'écoulement. Ceci implique qu'il est intéressant d'étudier l'effet du mouvement des parois sur l'écoulement. Dans ce rapport, est présentée une étude du comportement d'un modèle de glotte rigide mais oscillant. La rigidité du modèle permet de conserver une définition précise de la géométrie. D'autre part, Le Marrec et Op't Root [17] ont réalisé une étude sur un modèle formé par des tubes de latex rempli d'eau. Ce modèle souple est dérivé des lèvres artificielles développées par Gilbert pour l'étude du comportement dynamique du trombone [22].

# Annexe B

## Théories

### B.1 Navier-Stokes

La mécanique des fluides est basée sur les principes de conservation de la masse, d'impulsion et d'énergie appliqués sur une particule de fluide.

La conservation de la masse pour un volume infinitésimal implique que le changement de densité  $\rho$  dans la particule est dû à la divergence du flux massique  $\nabla \cdot (\rho \vec{u})$  :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (\text{B.1})$$

où :

$\rho$  : la densité de l'air.

$\vec{u}$  : la vitesse du fluide.

L'équation de Newton appliquée sur la particule (équation de mouvement) de fluide donne l'équation de Navier-Stokes :

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} \right] = -\nabla p + \nabla \cdot \vec{\sigma} + \rho \vec{g} \quad (\text{B.2})$$

où :

$p$  : la pression

$\vec{\sigma}$  : le tenseur des contraintes dues à la viscosité du fluide.

$\vec{g}$  : l'accélération due à la gravité.

Dans les applications considérées, nous pouvons supposer que le fluide (l'air) est un fluide Newtonien incompressible ( $\rho = 1, 2kg/m^3$ ). Dans ce cas, nous avons :

$$\nabla \cdot \vec{\sigma} = \mu \nabla^2 \vec{u} \quad (\text{B.3})$$

où :

$\mu = 1, 8.10^{-5} Pa.s$  : viscosité dynamique du fluide supposée constante .

Nous considérons des applications pour lesquelles l'équation de conservation de l'énergie est remplacée soit par l'hypothèse d'incompressibilité  $\rho = \text{constante}$ , soit par

l'hypothèse d'un écoulement isentropique d'un gaz idéal à chaleur spécifique constante (c'est l'équation de Poisson :  $\frac{p}{p_{ref}} = \gamma \frac{\rho}{\rho_{ref}}$  où  $\gamma = 1,4$ , rapport des capacités calorifiques à volume et pression constante). Nous n'aurons donc pas besoin de la forme générale de l'équation de conservation de l'énergie.

## B.2 Solutions approchées des équations de couche limite

Dans les cas pour lesquels les termes d'inertie sont beaucoup plus grands que les termes visqueux ( $Re \gg 1$ ), l'équation de Navier-Stokes (B.2) se réduit à l'équation d'Euler :

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} \right) = -\nabla p + \rho \vec{g} \quad (\text{B.4})$$

Cette équation décrit le comportement de l'écoulement principal. Cependant, il restera toujours, près de la paroi, des effets de viscosité. Celle-ci impose au fluide la vitesse de la paroi.

De plus, nous considérons un canal glottique de hauteur  $h$  petite par rapport à sa longueur  $L$ . Dans ce cas, l'écoulement est quasi-parallèle :  $\vec{u} \simeq (u, v, 0)$ . La composante normale à l'axe du canal de la vitesse est de l'ordre de  $v = o(\frac{hu}{L})$ .

### B.2.1 Approximation de Prandtl (Navier-Stokes Réduit)

L'approximation de Prandtl définit les équations de conservation dans le cadre de l'approximation de couches limites. Elle consiste en une simplification des équations de Navier-Stokes, à l'aide de certaines hypothèses supplémentaires :

- écoulement incompressible (Nombre de Mach  $M = \frac{u_0}{c_0} \ll 1$  et d'Helmholtz  $He = o(10^{-3})$ )
- écoulement bidimensionnel ( $h \ll L_g$ )
- écoulement quasi-stationnaire (Nombre de Strouhal  $Sr = o(1)$ )
- gradient de pression négligeable dans la direction transverse
- approximation de couche limite :  $\delta \ll L$

Ces hypothèses sont raisonnables pour cette étude (cf. section 2.2).

A l'aide de remarques judicieuses sur les ordres de grandeur des différents termes des équations de conservation (Schlichting [28]), nous pouvons simplifier le système d'équations de Navier-Stokes et écrire :

$$\rho \left[ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (\text{B.5})$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (\text{B.6})$$

et

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{B.7})$$

### Définition d'épaisseurs caractéristiques

Nous introduisons ici la définition de trois différentes épaisseurs auxquelles nous nous référerons régulièrement au cours de cette étude <sup>1</sup> :

-  $\delta$ , l'épaisseur de couche limite. C'est la région pariétale où les termes visqueux sont du même ordre de grandeur que les termes d'inertie.

-  $\delta_1$ , l'épaisseur de déplacement, qui est définie par :

$$\delta_1 = \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{u_e}\right) dy = \frac{1}{2} \int_0^h \left(1 - \frac{u}{u_e}\right) dy. \quad (\text{B.8})$$

Cette épaisseur de déplacement correspond au déplacement que nous devons donner aux parois pour obtenir le même flux volumique, avec un écoulement uniforme de vitesse  $\vec{u}_e$  sans frottement visqueux, que le flux  $\Phi_v$  existant dans le canal avec frottement visqueux :

$$\Phi_v = L_g \int_0^h u dy = L_g (h - 2\delta_1) u_e. \quad (\text{B.9})$$

où  $L_g$  est la largeur du canal glottique.

Puisque nous considérons un écoulement stationnaire appliqué à un fluide incompressible, alors  $\Phi_v$  est constant.

-  $\delta_2$ , l'épaisseur de quantité de mouvement, qui est définie par :

$$\delta_2 = \int_0^\delta \frac{u}{u_e} \left(1 - \frac{u}{u_e}\right) dy = \frac{1}{2} \int_0^h \frac{u}{u_e} \left(1 - \frac{u}{u_e}\right) dy. \quad (\text{B.10})$$

Ce déplacement correspond à la hauteur supplémentaire à laquelle il faudrait déplacer la paroi, en plus de  $\delta_1$ , pour avoir le même débit de quantité de mouvement qu'avec l'écoulement d'un fluide parfait de vitesse uniforme  $u_e$ .

D'autre part, nous définissons le facteur de forme  $H$ , ratio entre les épaisseurs de déplacement et de quantité de mouvement :  $H = \frac{\delta_1}{\delta_2}$ .

Le champ de vitesse pour un écoulement stationnaire, incompressible d'un fluide Newtonien le long d'une plaque plane semi-infinie est connu, pour un champ de vitesse uniforme et parallèle à la plaque. Il s'agit de la solution de Blasius. Dans ce cas, la pression est uniforme. Plus généralement, nous aurons la solution de Falkner-Skan en présence d'un gradient de pression constant. Ces approches sont basées sur l'hypothèse de profils auto-similaires (profil ayant la même forme quelque soit la section, après une normalisation appropriée).

Cependant, le profil de vitesse dans la glotte étant assez arbitraire, rien ne garantit que celui-ci est auto-similaire. Nous allons donc privilégier des méthodes de résolution approchée de type intégrales. En effet, celles-ci ne nécessitent pas une connaissance précise du profil de vitesse pour déterminer les grandeurs caractéristiques telles que l'épaisseur de déplacement  $\delta_1$  et l'épaisseur de la quantité de mouvement  $\delta_2$ .

---

<sup>1</sup>Pour davantage d'informations sur ces définitions et les relations mathématiques existantes entre-elles, se reporter à l'annexe C du rapport de Fraysse [15] et au livre de Schlichting [28]

### B.2.2 Blasius

La solution de Blasius est de type auto-similaire, correspondant à l'évolution de la couche limite laminaire en l'absence de gradient de pression, le long d'une plaque plane. Elle conduit à un accroissement des différentes épaisseurs physiques ( $\delta$  pour la couche limite,  $\delta_1$  pour le déplacement et  $\delta_2$  pour la quantité de mouvement) dans le sens longitudinal, en  $\sqrt{x}$ . Nous avons  $\delta_1 \simeq 1.72 * \sqrt{x}$ .

### B.2.3 Approximation de Reynolds stationnaire

L'écoulement est parallèle plan :  $\vec{u} = (u(y), 0, 0)$  et stationnaire. Donc le profil de vitesse  $u(y)$  est indépendant de la coordonnée  $x$ , direction de l'écoulement. L'équation du mouvement devient :

$$\mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial p}{\partial x} \quad (\text{B.11})$$

Avec nos conditions aux limites ( $v = 0$  en  $y = 0$  et en  $y = h$ ), la solution est de type parabolique

$$u(y) = -\frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} (hy - y^2) \quad (\text{B.12})$$

La valeur maximale de la vitesse est atteinte en  $y = 0$ , le centre du canal. Le signe négatif témoigne de la décroissance de la pression dans la direction positive du flux.

### B.2.4 Approximation de Reynolds instationnaire

Si de plus, nous ajoutons la conservation de la masse, l'écoulement devient instationnaire avec une équation de conservation de la masse sous la forme :

$$\frac{\partial \Phi_v}{\partial x} = -\frac{\partial h}{\partial t} L_g \quad (\text{B.13})$$

A l'aide de l'équation de la vitesse trouvée précédemment (B.12), nous pouvons alors écrire une relation entre le flux  $\Phi_v$  et le gradient de pression  $\frac{\partial p}{\partial x}$  :

$$\Phi_v = L_g \int_0^h u dy = -L_g \frac{1}{12\mu} h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \quad (\text{B.14})$$

Nous pouvons alors déduire, pour une hauteur  $h$  de glotte donnée, une équation de  $p(x)$  :

$$\frac{1}{12\mu} \frac{\partial}{\partial x} (h^3 \frac{\partial p}{\partial x}) = \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{B.15})$$

Une solution générale est proposée par Antunes [31]. Dans le cas particulier d'une hauteur uniforme  $h$  et longueur  $L$ , nous aurons simplement :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_0 + \frac{12\mu}{h^3} x \frac{dh}{dt} \quad (\text{B.16})$$

soit :

$$p = p(0) + \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_0 x + \frac{12\mu}{h^3} \frac{dh}{dt} \frac{x^2}{2} \quad (\text{B.17})$$

L'application des conditions limites  $p(0) = p_t$  et  $p(L) = p_v$  donne :

$$p = p_v + \left(\frac{p_t - p_v}{L}\right)x + \frac{12\mu}{h^3} \frac{dh}{dt} \frac{x^2 - xL}{2} \quad (\text{B.18})$$

et

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_t - p_v}{L} + \frac{12\mu}{h^3} \frac{dh}{dt} \left(x - \frac{L}{2}\right) \quad (\text{B.19})$$

Ce qui correspond au flux volumique :

$$\Phi_v = -\frac{L_g}{12\mu} h^3 \left(\frac{p_t - p_v}{L} + \frac{12\mu}{h^3} \frac{dh}{dt} \left(x - \frac{L}{2}\right)\right) = -\frac{L_g}{12\mu} h^3 \frac{p_t - p_v}{L} + L_g \frac{dh}{dt} \left(\frac{L}{2} - x\right) \quad (\text{B.20})$$

## B.2.5 Bernoulli stationnaire

Dans le cas d'un écoulement quasi-stationnaire ( $Sr_L \ll 1$ ), incompressible ( $M^2 \ll 1$ ), où les effets de la propagation d'onde ( $He_L \ll 1$ ) et de la viscosité ( $Re_h \gg 1$ ) sont négligeables, nous pouvons écrire l'équation de Bernoulli stationnaire incompressible :

$$p + \frac{1}{2} \rho_0 |\vec{u}|^2 = p_0 \quad (\text{B.21})$$

où  $p_0$  est une constante. L'équation de conservation de la masse pour un fluide incompressible dans un écoulement stationnaire implique la continuité du flux volumique :

$$\Phi_v = \int_0^{L_g} \int_0^h u(x, y) dy dz \quad (\text{B.22})$$

où  $\Phi_v$  est le flux volumique.

Puisque  $h/L \ll 1$  nous pouvons aussi supposer que l'écoulement plan  $\vec{u} = (u, v, 0)$  est quasi-parallèle.

$$\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial u}{\partial x} \quad (\text{B.23})$$

avec

$$\frac{\partial v}{\partial y} = o\left(\frac{v}{h}\right)$$

et

$$\frac{\partial u}{\partial x} = o\left(\frac{u}{L}\right)$$

impliquant

$$\frac{v}{u} = o\left(\frac{h}{L}\right)$$

Nous écrirons donc  $\vec{u} = (u, 0, 0)$ . Dans ce cas, la composante  $y$  de l'équation de mouvement se réfuit à  $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ , d'où  $p = p(x)$ . Si les conditions de réservoir sont constantes ( $p_0$  constante), ceci implique que  $u = u(x)$ . L'écoulement est donc uniforme,  $p = p(x)$  et  $u = u(x)$ . Par conséquent, nous avons :

$$\Phi_v = L_g h(x) u(x) \quad (\text{B.24})$$

### B.2.6 Bernoulli instationnaire

Il est évident qu'en cas de choc entre les cordes vocales l'hypothèse de stationarité n'est plus valable. Nous avons déjà vu (*cf.* équation (B.2.4)) qu'avec l'hypothèse d'incompressibilité l'équation de conservation de la masse devient :

$$\frac{\partial \Phi_v}{\partial x} = -L_g \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{B.25})$$

qui pour un écoulement uniforme  $\vec{u} = (u(x), 0, 0)$  sur la section du canal devient :

$$\frac{\partial hu}{\partial x} = -\frac{\partial h}{\partial t}. \quad (\text{B.26})$$

La forme correspondante de l'équation de Bernoulli est :

$$\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} \rho u^2 + p = p_0 \quad (\text{B.27})$$

où  $p_0$  est la pression du réservoir et  $\varphi$  et le potentiel de vitesse tel que :

$$\vec{u} = \nabla \varphi, \quad (\text{B.28})$$

soit sous forme intégrale :

$$\varphi = \int \vec{u} \cdot d\vec{x}. \quad (\text{B.29})$$

Nous avons donc supposé que l'écoulement est irrotationnel  $\nabla \times \nabla \varphi = 0$ , ce qui correspond à une pression de réservoir  $p_0$  uniforme.

L'équation de conservation (B.2.6) de la masse devient pour un canal de hauteur  $h$  uniforme :

$$\frac{\partial hu}{\partial x} = h \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{dh}{dt}. \quad (\text{B.30})$$

Nous pouvons intégrer cette équation pour trouver :

$$u(x) = u(0) - \frac{x}{h} \frac{dh}{dt}. \quad (\text{B.31})$$

En intégrant encore une fois, nous trouvons pour le potentiel :

$$\varphi(x) - \varphi(0) = u(0)x - \frac{x^2}{2h} \frac{dh}{dt}. \quad (\text{B.32})$$

En supposant maintenant que les termes d'inertie entre le tuyau amont et l'entrée du canal en  $x = 0$  sont négligeables ( $u(x) < u(0)$  pour  $x < 0$ ), et en appliquant la formule de Bernoulli entre le tuyau en amont et le jet ( $x = L$ ) nous trouvons :

$$L \frac{du(0)}{dt} - \frac{L^2}{2} \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{h} \frac{dh}{dt} \right) + \frac{1}{2} \left( u(0) - \frac{L}{h} \frac{dh}{dt} \right)^2 = \frac{p_t - p_j}{\rho_0}. \quad (\text{B.33})$$

Pour une différence de pression  $p_t - p_j$  mesurée, et étant donné  $h(t)$ , nous pouvons calculer la vitesse  $u(0)$  à l'entrée du canal en fonction du temps par intégration numérique.

Nous employons dans cette étude un simple schéma de Newton du premier ordre. Nous initialisons en supposant  $u(0) = \sqrt{2(p_t - p_j)/\rho_0}$ . Une fois  $u(0)$  calculé, nous pouvons calculer à l'aide de l'équation (B.31) la vitesse  $u(x)$  en un point  $x$  quelconque du canal. En appliquant  $\Phi_v = Lhu(L)$  nous pouvons calculer le débit sortant du canal. Le potentiel  $\varphi(x)$  est calculé à l'aide de l'équation (B.32). La pression  $p_g - p_j = p(x) - p_j$  est obtenue en appliquant Bernoulli (B.2.6).

### B.2.7 Von Kàrmàn

Le problème des couches limites peut être résolu par une méthode approchée, basée sur les équations de von Kàrmàn. Ces dernières sont obtenues par intégration de l'équation de la quantité de mouvement (décrivant l'évolution de la vitesse  $u_e$ ), sur la dimension transverse  $y$  (de 0 à l' $\infty$ , à l'aide des relations de continuité et des définitions de  $\delta_1$  et  $\delta_2$ ). Nous nous limitons au cas d'un écoulement quasi-stationnaire, quasi-parallèle d'un fluide Newtonien incompressible (*cf.* Prandtl, section B.2.1). Nous obtenons alors :

$$\frac{d}{dx}(\delta_2 u_e^2) + \delta_1 u_e \frac{du_e}{dx} = \nu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (\text{B.34})$$

Le ratio  $H = \frac{\delta_1}{\delta_2}$  est donc fonction de  $\frac{du_e}{dx}$  et de  $\delta_1$ .

Dans le système d'équations établi par von Kàrmàn, nous avons donc trois inconnues :  $\delta_1$  ou  $\delta_2$ ,  $u_e(x)$  et la dérivée  $\frac{du_e}{dx}$ . Il peut être pratique de définir un coefficient de friction, noté  $f_2$ , par :

$$\nu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} = f_2 \frac{H}{\delta_1} u_e \quad (\text{B.35})$$

$f_2$  est, comme  $H$ , fonction de  $\frac{du_e}{dx}$  et de  $\delta_1$ .

Ces paramètres,  $f_2$  et  $H$ , actuellement inconnus, peuvent être calculés en choisissant un certain profil de vitesse  $u(y)$ , lié à la fermeture du problème. Nous envisagerons deux types de fermeture possibles : la méthode de Falkner-Skan, utilisée avec la théorie de Couches limites Interactives (IBL), et la fermeture polynomiale, utilisée avec l'algorithme de Thwaites.

Une autre méthode de résolution des équation intégrales de Von Kàrmàn a été proposé par Van Zon [30], en particulier pour le cas d'un canal de hauteur uniforme.

### B.2.8 Van Zon

Dans le cas du canal à hauteur uniforme, nous utilisons la résolution des équations intégrales de Von Kàrmàn proposé par Van Zon [30].

Nous introduisons la distance critique  $l_c$ , où la profil de vitesse de Von Kàrmàn-Van Zon a les mêmes flux volumique et d'impulsion qu'un profil de vitesse de Poiseuille. Il nous faudra donc distinguer deux cas : d'un côté le canal long, d'une longueur supérieure à cette distance critique  $l_c$ , et de l'autre le canal court, d'une distance inférieure à cette distance critique  $l_c$ . Nous pouvons supposer qu'au-delà de ce point critique,  $x > l_c$ , l'écoulement sera similaire à un écoulement de Poiseuille. Nous supposons que, dans

la première partie du canal de longueur  $l_c$ , l'écoulement peut être décrit en terme d'un écoulement principal uniforme et non-visqueux  $\vec{v} = (u_e, 0, 0)$ , bordé à la paroi par une couche limite d'épaisseur  $\delta$ . Nous supposons que le profil de vitesse dans les couches limites visqueuses est linéaire  $u = u_e \frac{y}{\delta}$ . Nous employons l'équation intégrale de Von Kármán (B.2.7) pour décrire l'évolution de ces couches limites. Dans l'écoulement principal nous supposons que l'équation de Bernoulli stationnaire est valable.

Pour un profil de vitesse linéaire  $u = u_e \frac{y}{\delta}$  dans les couches limites, nous trouvons pour le flux volumique :

$$\Phi_v = L_g \int_0^h u dy = L_g u_e (h - \delta) \quad (\text{B.36})$$

et pour le flux d'impulsion :

$$\Phi_{Impulsion} = L_g \rho_0 \int_0^h u dy = \frac{\rho_0 \Phi^2}{(L_g (h - \delta))^2} L_g (h - \frac{4\delta}{3}). \quad (\text{B.37})$$

Pour le profil de vitesse de Poiseuille, nous trouvons :

$$u = -\frac{6\Phi_v}{L_g h^3} (y^2 - hy). \quad (\text{B.38})$$

Pour l'impulsion, nous avons donc :

$$\Phi_{Impulsion} = \frac{6\rho_0}{5hL_g} \Phi^2. \quad (\text{B.39})$$

En égalisant les flux d'impulsion (B.2.8) et volumique (B.2.8) à la position critique  $x = l_c$ , nous trouvons une nouvelle équation pour l'épaisseur  $\delta_c$  de la couche limite en cette position :

$$\frac{\delta_c}{h} = \frac{4}{9} (1 - \sqrt{\frac{5}{32}}). \quad (\text{B.40})$$

L'équation de Von Kármán (B.2.7) pour un profil de vitesse linéaire peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{1}{6} \frac{du_e^2 \delta}{dx} + \frac{\delta}{4} \frac{du_e^2}{dx} = \nu \frac{u_e}{\delta} \quad (\text{B.41})$$

où en éliminant  $u_e = \Phi_v / [L_g (h - \delta)]$  :

$$\frac{1}{6} \frac{d}{dx} \left[ \frac{\delta}{(h - \delta)^2} \right] + \frac{\delta}{4} \frac{d}{dx} \left[ \frac{1}{(h - \delta)^2} \right] = \frac{\nu L_g}{\Phi_v (h - \delta) \delta}. \quad (\text{B.42})$$

Pour une hauteur  $h$  constante, nous intégrons cette équation pour obtenir :

$$4 \frac{\delta}{h} + 9 \ln(1 - \frac{\delta}{h}) + \frac{5\delta}{h - \delta} = \frac{6\nu L_g x}{h \Phi_v} \quad (\text{B.43})$$

où nous avons supposé  $\delta(0) = 0$  à l'entrée du canal  $x = 0$ . En substituant dans cette équation la valeur  $\delta_c$  trouvée plus haut (équation B.2.8), nous obtenons :

$$l_c = \frac{h \Phi_v}{6\nu L_g} \left[ \frac{4\delta_c}{h} + 9 \ln(1 - \frac{\delta_c}{h}) + \frac{5\delta_c}{h - \delta_c} \right]. \quad (\text{B.44})$$

Dans le cas d'un canal long  $L > l_c$ , nous trouverons l'évolution de la pression en fonction de la direction de l'écoulement  $x$ , pour un débit  $\Phi_v$  donné, en appliquant l'équation de Bernoulli pour  $x < l_c$  :

$$p_t = p(x) + \frac{1}{2}\rho_0 \frac{\Phi^2}{L_g^2(h - \delta(x))^2} \quad (\text{B.45})$$

où  $\delta(x)$  est obtenu en résolvant numériquement l'équation B.2.8, initialisée avec  $\delta \simeq 4h/\sqrt{\Phi/L_g} = 4h/\sqrt{Re_h}$ .

D'autre part, en appliquant un profil de Poiseuille, nous avons pour  $x > l_c$  :

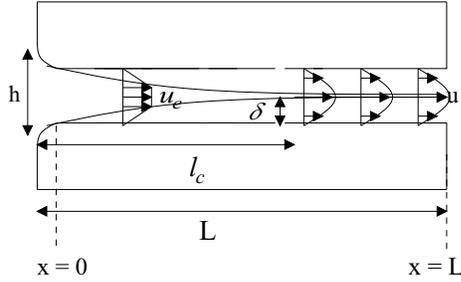


FIG. B.1 – Représentation schématique des couches limites formées par l'écoulement initial dans le canal long

$$p(x) - p_j = \frac{12\mu\Phi_v}{L_g h^3} (L - x). \quad (\text{B.46})$$

Supposant une continuité de la pression en  $x = l_c$ , nous trouvons une équation pour  $\Phi_v$  en fonction de  $p_t - p_j$  :

$$p_t - p_j = \frac{12\mu(L - l_c)}{L_g h^3} \Phi + \frac{1}{2} \frac{\rho_0}{L_g^2 (h - \delta_c)^2} \Phi^2. \quad (\text{B.47})$$

En employant l'équation (B.44) pour éliminer  $\Phi_v$ , nous obtenons une équation du second ordre pour  $l_c$ . Le flux  $\Phi_v$  est donné par :

$$\Phi = \frac{l_c \nu}{L_g h c}, \quad (\text{B.48})$$

avec :

$$c = \frac{1}{6} \left[ 4\hat{\delta}_c + 9 \ln(1 - \hat{\delta}_c) + 5 \frac{\hat{\delta}_c}{1 - \hat{\delta}_c} \right] \quad (\text{B.49})$$

où :

$$\hat{\delta}_c = \frac{\delta_c}{h} = \frac{4}{9} \left[ 1 - \sqrt{\frac{5}{35}} \right]. \quad (\text{B.50})$$

Nous obtenons finalement :

$$l_c = L \left[ \frac{12c(1 - \hat{\delta}_c)^2}{24c - 1} \left( 1 - \left[ 1 - \frac{h^4(24c - 1)(p_t - p_{at})}{72\rho\nu^2 L^2 (1 - \hat{\delta}_c)^2} \right]^{1/2} \right) \right]. \quad (\text{B.51})$$

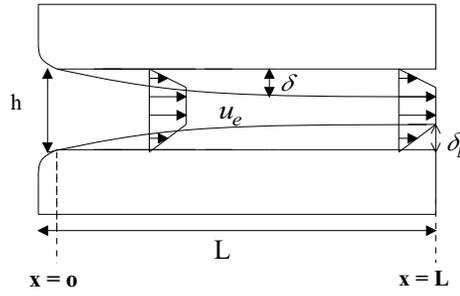


FIG. B.2 – Représentation schématique des couches limites formées par l'écoulement initial dans le canal court

Dans le cas où  $x < l_c$  nous pouvons appliquer l'équation de Bernoulli jusqu'à la sortie du canal pour trouver :

$$u_e(L) = \sqrt{\frac{2(p_t - p_j)}{\rho_0}}. \quad (\text{B.52})$$

Nous trouvons donc pour le débit volumique :

$$\Phi_v = L_g u_e(L)(h - \delta(L)). \quad (\text{B.53})$$

Nous obtenons donc une équation non-linéaire pour  $\delta_L = \delta(L)$  :

$$\frac{4\delta_L}{h} + 9 \ln\left(1 - \frac{\delta_L}{h}\right) + \frac{5\delta_L}{h - \delta_L} = \frac{6\nu L}{h u_e(L)(h - \delta_L)}. \quad (\text{B.54})$$

Cette équation est résolue numériquement pour le cas  $x > l_c$ . Ensuite, nous calculons  $\Phi_v$  et  $\delta(x)$ , ce qui nous donne  $p(x)$  en appliquant la formule de Bernoulli.

### B.2.9 Thwaites

La méthode de Thwaites est une méthode de résolution des équations de couches limites laminaires (cf [28],[16]). Elle dérive de la formulation intégrale des équations de couche limite dites de von Kàrmàn. Cette méthode aboutit à une équation simple permettant de calculer l'épaisseur de quantité de mouvement  $\delta_2$ . A partir de celle-ci, il est alors possible de calculer les autres grandeurs caractéristiques de l'écoulement. Tout d'abord l'équation de von Kàrmàn (B.2.7) est réécrite en la multipliant par le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement  $Re_{\delta_2} = \frac{u_e \delta_2}{\nu}$  :

$$\frac{u_e \delta_2}{\nu} \frac{d\delta_2}{dx} + \underbrace{\frac{\delta_2^2}{\nu} \frac{du_e}{dx}}_{\lambda} (H + 2) = \underbrace{\frac{\tau_0 \delta_2}{\rho \nu u_e}}_S \quad (\text{B.55})$$

où :

$\tau_0$  représente la contrainte pariétale :  $\tau_0 = \rho \nu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0}$

$\nu$  est la viscosité cinématique avec  $\nu = \frac{\mu}{\rho} = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ .

Ainsi apparaissent les grandeurs suivantes :

- le paramètre de forme  $\lambda = \frac{\delta_2^2}{\nu} \frac{du_e}{dx}$
- le facteur de forme  $S = \frac{\tau_0 \delta_2}{\rho \nu u_e}$  qui se relie facilement à  $f_2$ .
- le facteur de forme  $H$  déjà introduit précédemment  $H = \frac{\delta_1}{\delta_2}$ .

L'équation se réécrit alors sous la forme suivante :

$$S - (H + 2)\lambda = \frac{u_e \delta_2}{\nu} \frac{d\delta_2}{dx} = \frac{1}{2} \frac{u_e}{\nu} \frac{d\delta_2^2}{dx} \quad (\text{B.56})$$

Dans le modèle le plus simple, les deux facteurs de forme  $S$  et  $H$  sont supposés ne dépendre que du facteur de forme  $\lambda$  (hypothèse de quasi-similarité). Des valeurs tabulées de  $S$  et  $H$  sont fournis dans la littérature (Blevins [1]).

Nous pouvons alors poser :  $F(\lambda) = \frac{u_e}{\nu} \frac{d\delta_2^2}{dx}$   
soit

$$2[S(\lambda) - (H + 2)\lambda] = F(\lambda) \quad (\text{B.57})$$

Par ailleurs Thwaites a montré, à partir des valeurs de  $S(1)$  et de  $H(1)$ , que  $F(1)$  avait une évolution approximativement linéaire qui pouvait être approchée par l'équation suivante :

$$F(\lambda) = 0.45 - 6.0\lambda \quad (\text{B.58})$$

La contrainte pariétale  $\tau_0$  étant proportionnelle à  $F$ , il est possible de déterminer la condition de séparation dans un écoulement stationnaire pour  $F(\lambda) = 0$  soit :

$$\lambda < -0.09. \quad (\text{B.59})$$

L'équation (B.58) se réécrit littéralement :

$$\frac{u_e}{\nu} \frac{d\delta_2^2}{dx} = 0.45 - \frac{6.0\delta_2^2}{\nu} \frac{du_e}{dx}$$

Cette équation se simplifie en la multipliant par  $\nu \cdot u_e^5$  :

$$\begin{aligned} u_e^6 \frac{d\delta_2^2}{dx} + 6u_e^5 \frac{du_e}{dx} \delta_2^2 &= 0.45\nu \cdot u_e^5 u_e^6 \frac{d\delta_2^2}{dx} + \frac{du_e^6}{dx} \delta_2^2 = 0.45\nu \cdot u_e^5 \\ \frac{d(u_e^6 \delta_2^2)}{dx} &= 0.45\nu \cdot u_e^5 \end{aligned} \quad (\text{B.60})$$

Cette équation s'intègre suivant  $x$

$$\begin{aligned} \int_{x_0}^x \frac{d(u_e^6 \delta_2^2)}{dx} dx' &= \int_{x_0}^x 0.45\nu \cdot u_e^5 dx' \\ [u_e^6 \delta_2^2]_x + [u_e^6 \delta_2^2]_{x_0} &= 0.45\nu \int_{x_0}^x u_e^5(x') dx' \end{aligned} \quad (\text{B.61})$$

Dans notre problème  $x_0$  est situé à l'entrée de la glotte, qui est l'origine de l'abscisse  $x$ . Dans cette zone de forte accélération la couche limite est négligeable et nous avons

$\delta_2(0) = 0$ .

Nous obtenons alors une expression simple permettant de calculer l'épaisseur de quantité de mouvement  $\delta_2$  :

$$\delta_2^2(x) = \frac{0.45\nu}{u_e^6(x)} \int_0^x u_e^5(x') dx' \quad (\text{B.62})$$

Le flux volumique  $\Phi_v$  est donné par :

$$\Phi_v = L_g \int_0^h u dy = L_g(h - 2\delta_1)u_e \quad (\text{B.63})$$

### B.2.10 Interactive Boundaries layers

La méthode de Couche Limite Interactive instationnaire fait partie des méthodes à développements asymptotiques (*cf* [5]). L'idée est qu'un noyau potentiel (donc irrotationnel) de fluide parfait fait se développer la couche limite, mais que la couche limite en s'épaississant est ressentie par le fluide parfait comme une sorte de "paroi" épaissie ; le fluide parfait, face à cette "nouvelle géométrie" modifie sa pression et donc la couche limite *etc.* . .

La démarche normale consiste donc, à partir d'une vitesse  $u_e$  donnée (initialement proportionnelle à l'inverse de la hauteur de l'obstacle étudié), à calculer l'épaisseur de déplacement  $\delta_1$ . Puis ce  $\delta_1$  calculé est injecté dans l'expression de la vitesse, permettant de calculer un nouveau  $\delta_1$  (d'ordre supérieur) et ainsi de suite. Cette méthode, avec couplage par la conservation totale du débit (*cf* [13] [14]), est particulièrement efficace en stationnaire.

Malheureusement, cette démarche directe tombe en défaut (tout comme la méthode de Thwaites) au point de séparation avec l'apparition d'un courant de retour. Cependant les calculs restent possibles, après la séparation, en utilisant la démarche inverse : calcul de la vitesse à partir d'une épaisseur de couche limite  $\delta_1$  donnée.

La démarche interactive est une combinaison des deux démarches précédentes, avec un bouclage d'erreur, jusqu'à l'égalisation des deux variables, vitesse et épaisseur de couche limite. C'est cette dernière que nous allons mettre en œuvre dans notre cas de la glotte et des cordes vocales.

D'autre part les équations de Couche Limite Interactive présentent une instabilité intrinsèque qui rend leur résolution impossible quelques instants après la séparation.

La description du problème par cette théorie nécessitant l'existence d'un noyau potentiel, l'épaisseur de déplacement  $\delta_1$  doit donc être strictement inférieure au tiers de la glotte. Ceci est incompatible avec l'hypothèse classique d'un profil de vitesse supposé parabolique en entrée, c'est pourquoi il est souvent fait appel à l'hypothèse d'un profil plat. En réalité, la couche limite croît depuis l'entrée du tube (conduit vocal), et son épaisseur est inconnue à l'entrée de la glotte. Cependant, des études numériques (*cf* [5], [10]) ont montrés que les résultats sont rapidement indépendants de l'épaisseur de déplacement  $\delta_1$ , et donc du profil de vitesse choisi.

Par rapport à la solution de Blasius, le flux dans un canal nécessite un terme

correctif pour s'assurer de la conservation de la masse. Contrairement à la méthode de Thwaites, le calcul ne s'effectue pas à partir de l'épaisseur de la quantité de mouvement,  $\delta_2$ , mais à partir de l'épaisseur de déplacement,  $\delta_1$ . Ainsi, à partir de la définition de couche limite, nous pouvons trouver une relation entre la vitesse du flux moyen  $u_e$ , au milieu du tube, et l'épaisseur de déplacement  $\delta_1$ . Si nous supposons le flux moyen uniforme dans la direction transverse  $y$ , la conservation du flux dans la direction longitudinale  $x$  est alors donné par :

$$U(x) = \frac{\Phi_v}{2h(1 - \delta_1)} \quad (\text{B.64})$$

où le flux est donné par :

$$\Phi_v = 2h \int_0^1 u dy = 2h \quad (\text{B.65})$$

Si la courbure de la paroi est faible, les équations de von Kàrmàn (i.e équation intégrale de la quantité de mouvement pour la couche limite et conservation du débit) s'écrivent :

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{\delta_1}{H} \right) + \left( 1 + \frac{2}{H} \right) \delta_1 \frac{1}{u_e} \frac{du_e}{dx} = \frac{f_2 H}{\delta_1 u_e \nu} \quad (\text{B.66})$$

avec

$$u_e(R - \delta_1) = 1$$

Tout comme avec Thwaites, nous définissons le paramètre  $\Lambda = \nu \delta_1^2 \frac{du_e}{dx}$ , cette fois à partir de l'épaisseur de déplacement  $\delta_1$  et non plus l'épaisseur de la quantité de mouvement  $\delta_2$ .

Le système d'équations différentielles, d'inconnues  $\delta_1$  et  $u_e$ , est fermé en supposant que, localement, le profil de vitesse peut être approximé par un profil de la famille de Falkner-Skan. Le rôle du gradient de pression dans l'écoulement potentiel ( $\Lambda$ ) et la condition de non-glissement à la paroi sont par conséquent pris en compte. Des lois de fermeture approximatives ont été établies par intégration numérique (Runge-Kutta 4) :

$$H = \begin{cases} 2.5905e^{-0.37098\Lambda} & \text{si } \Lambda < 0.6 \\ 2.0735 & \text{si } \Lambda \geq 0.6 \end{cases} \quad (\text{B.67})$$

$$f_2 = 0.9396 \left( \frac{4}{H^2} - \frac{1}{H} \right) \quad (\text{B.68})$$

# Annexe C

## Calibration des capteurs de pression

Notre étude porte sur la pression dans la glotte. Il est donc fondamental que les deux capteurs de pression (en amont  $p_t$  et dans la glotte  $p_g$ ) soit le plus précis possible.

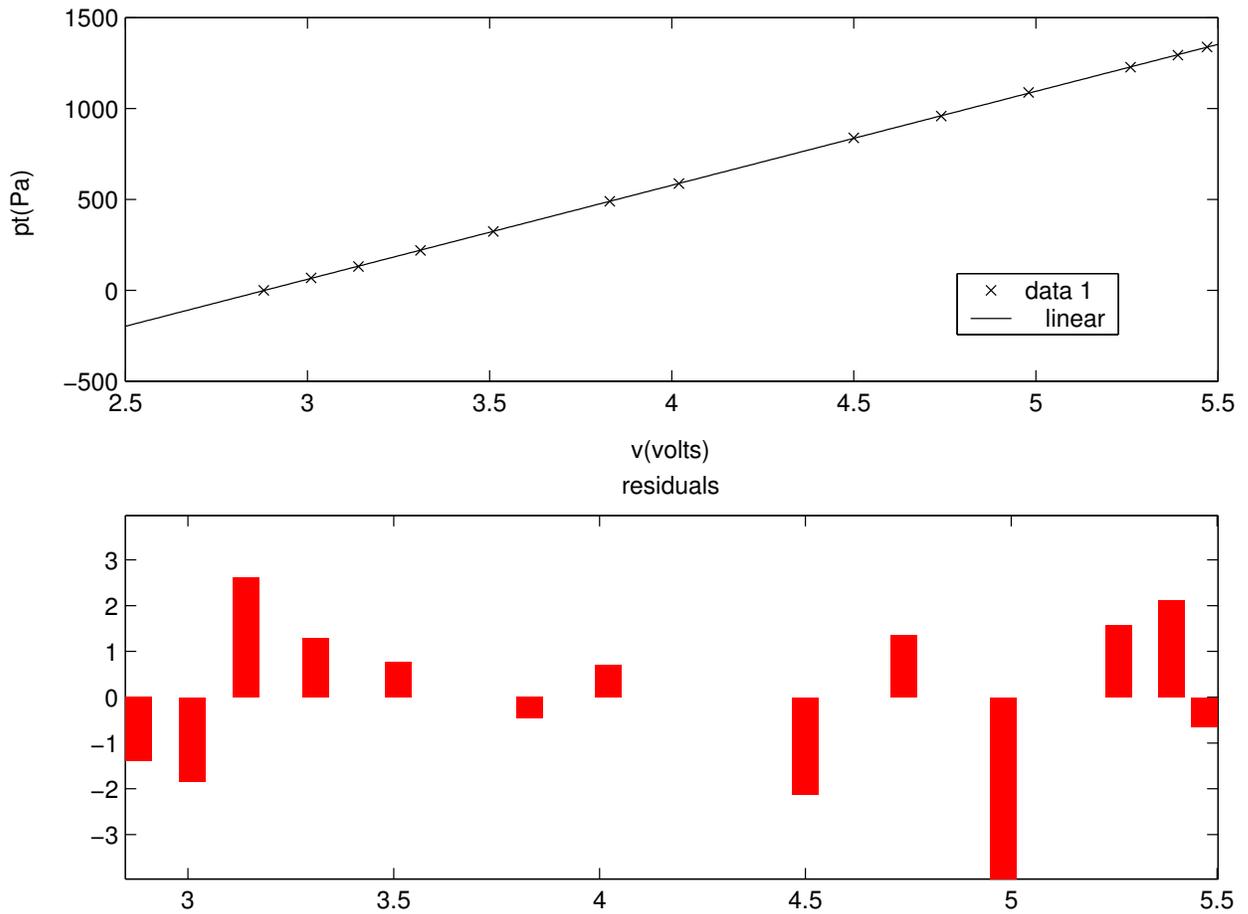
Nous disposons de capteurs piézo-résistifs Kulite de type XCS-093. Ces capteurs sont capables de mesurer des pressions moyennes et des fluctuations de pression. Outre leur très grande précision et large bande passante (0-80 kHz), ces capteurs ont été choisis également pour leur taille réduite. Les capteurs ont un diamètre de 1.6 mm et sont montés dans une cavité, de volume de l'ordre de  $1 \text{ mm}^3$ , faite dans le bloc immobile.

Pour calibrer ces capteurs, nous utilisons un manomètre à eau de type Betz, permettant de mesurer des pressions moyennes avec une précision de 1 Pa. Lors de la calibration le canal glottique est fermée en son extrémité et l'ouverture  $h$  reste constante (moteur débranchée). Cette calibration est des plus stables et n'a pas besoin d'être refaite pour chaque mesure.

Lors des opérations de calibration, nous procédons aux relevés de la pression indiquée par le manomètre à eau et des voltages reçus des deux capteurs par la carte d'acquisition National Instruments PCI-MIO-16XE10. Les pressions, en volts, tiennent donc compte de l'importante amplification (gain de l'ordre de 800) et de l'offset des appareils de mesure. Nous présentons ci-dessous les courbes ainsi obtenues pour chacun des capteurs, avec la fonction d'interpolation polynomiale déduite numériquement. L'écart entre la mesure et le calcul d'interpolation polynomiale est présenté en seconde partie de graphique.

**Capteur piézo-résistif Kulite  $p_t$** 

Les figures ci-dessous montrent respectivement la calibration du capteur Kulite, de type XCS-093, de la pression  $p_t$  en amont. Tout d'abord, le voltage est tracé en fonction de la pression (mm d'eau du manomètre convertit en Pa), accompagné de la courbe d'interpolation polynomiale obtenue numériquement. Puis le calcul de résidus entre la mesure et le calcul polynomial.

FIG. C.1 – Calibration du capteur piézo-résistif Kulite  $p_t$

### Capteur piézo-résistif Kulite $p_g$

Les figures ci-dessous montrent respectivement la calibration du capteur Kulite, de type XCS-093, de la pression  $p_g$  dans la glotte. Tout d'abord, le voltage est tracé en fonction de la pression (mm d'eau du manomètre convertit en Pa), accompagné de la courbe d'interpolation polynomiale obtenue numériquement. Puis le calcul de résidus entre la mesure et le calcul polynomial.

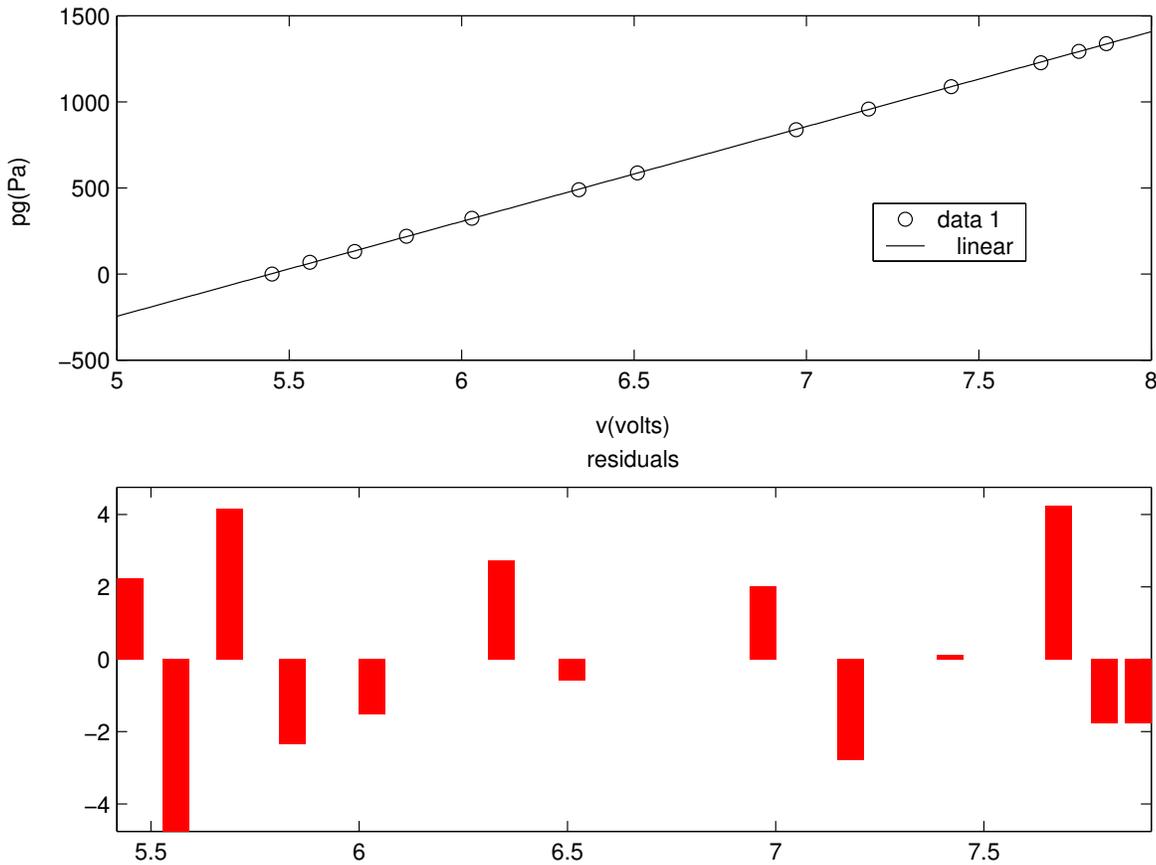


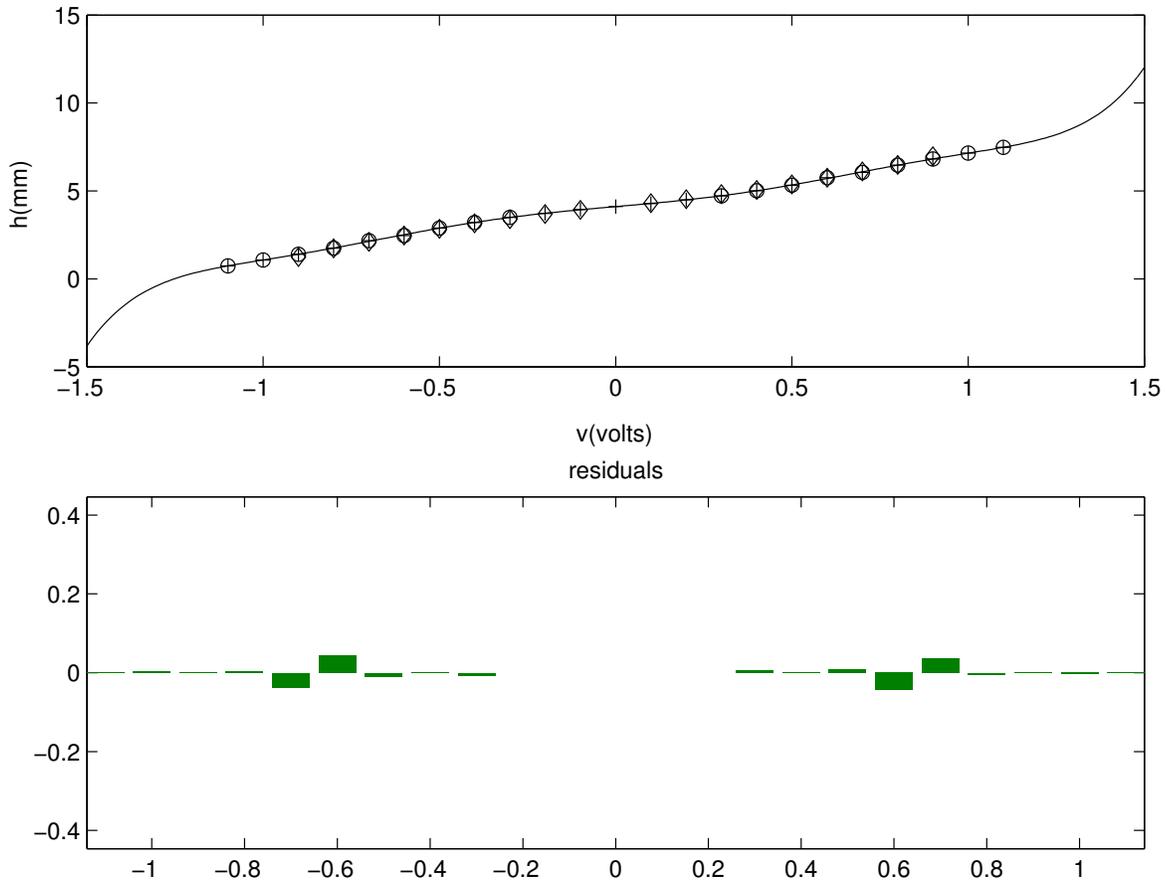
FIG. C.2 – Calibration du capteur piézo-résistif Kulite  $p_g$

# Annexe D

## Calibration de l'ouverture $h$ de la glotte

Avec les pressions  $p_t$  et  $p_g$ , le troisième paramètre expérimental est l'ouverture glottique  $h$ .

Avant chaque expérience, nous devons effectuer une calibration du capteur optique, type OPB700 de Optek Technology, mesurant l'ouverture  $h = h(v)$ . Cette calibration est réalisée à l'aide d'une dizaine de plaques calibrées, de hauteur augmentant successivement de 0.1 mm, à partir de 0.1 mm. La calibration est stable dans la précision des mesures ( $\Delta h \simeq 0.01\text{mm}$ ) d'une série de mesures à l'autre. Les mesures de calibration sont employées pour convertir le voltage en hauteur d'ouverture. Nous obtenons une courbe polynomiale :  $h = \sum a_n v^n$ . Un exemple de courbes obtenues est représenté avec la figure suivante. Dans le cas des mesures où la fente se ferme tout à fait la courbe est forcée à passer par le point ( $h = 0$  et  $v_0$ ).

FIG. D.1 – Calibration de l'ouverture ( $h$ ) de la glotte

# Bibliographie

- [1] Blevins R.D. : *Flow-induced vibration*. Robert E. Krieger Publishing Company, 1986.
- [2] Pelorson X., Hirschberg A., van Hassel R.R., Wijnands A.P.J., and Auregan Y. : *Theoretical and experimental study of quasisteady-flow separation within the glottis during phonation. Application to a modified two-mass model*. J. Acoust. Soc. Am, 96 : 3416-3431, 1994.
- [3] Pelorson X., Hirschberg A., Wijnands A.P.J., and Baillet H. : *Description of the flow through in-vitro models of the glottis during phonation.*, Acta Acustica, 3 :191-202, 1995.
- [4] de Bruin B. : *Numerical simulation of bloodflow through straight stenotic vessels*, stage report, direction Lagrée P-Y. and A.E.P.Veldman, December 2000.
- [5] Lagrée P-Y., Lorthois S. : *The RNS/Prandtl equations and their link with other asymptotic descriptions. Application to the computation of the maximum value of the Wall Shear Stress in a pipe*, paper submitted for publication, October 2001.
- [6] Lagrée P-Y., Lorthois S. : *Écoulement dans un convergent axisymétrique : calcul de la contrainte de cisaillement pariétale maximale*, C. R. Acad. Sci. Paris, t. 328, Série II b : 33-40, 2000.
- [7] Lagrée P-Y., Lorthois S., Marc-Vergnes J-P., Cassot F. : *Maximal Wall Shear Stress in Arterial Stenoses : Application to the Internal Carotid Arteries*, J. of Biomechanical Engineering, 122, page ??, December 2000.
- [8] Lagrée P-Y., Lorthois S., Marc-Vergnes J-P., Cassot F. : *Contrainte de cisaillement pariétale maximale dans une sténose artérielle*, intervention 14<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique, Toulouse, 1999.
- [9] P-Y. Lagrée, Goorman K. : *Self oscillation of a "one mass" 2D elastic stenosis*. J. Fluids and Structures, vol ??, page ??, 2001.
- [10] Goorman K. : *Steady and unsteady channel flows numerical models with applications to the recorder flute and vocal folds modeling.*, Master's thesis R-1518-A, superviseurs P-Y.Lagrée and A.Hirschberg, August 2000.
- [11] Berger E. : *Comparaisons entre les modèles d'écoulement dans une glotte*, Rapport de Stage, direction Lagrée P-Y, Juin 2002.
- [12] Berger E. : *Confrontation des modèles d'écoulement dans la glotte avec les points expérimentaux*, Rapport de Stage, direction Lagrée P-Y, Juin 2002.
- [13] Le Balleur J-C. : *Couplage visqueux-non visqueux : méthode numérique et applications aux écoulements bidimensionnels transsoniques et supersoniques*, La Recherche Aérospatiale, n° 2 (Mars-Avril), p 65-76, 1978.

- [14] Le Balleur J-C. : *Couplage visqueux-non visqueux : analyse du problème incluant décollements et ondes de chocs*, La Recherche Aérospatiale, n°6 (Novembre-Décembre), p 349-358, 1977.
- [15] Fraysse C. : *Modélisation de l'écoulement d'air dans des modèles in-vitro de la glotte*, Rapport R-1533-D, NT/GDY, TU/e (2000).
- [16] Vilain C. : ??, Thesis, direction PelorsonX., Hirschberg A., Octobre?? 2002.
- [17] Le Marrec L. : *Effet des conditions limites mécaniques de la glotte et des lèvres sur la production des sons voisés*, Rapport Stage de DEA R-1551-S, direction A. Hirschberg, C.Vilain, J. Kergomard, Juillet 2001.
- [18] Chentouf F.Z. : *Modélisation de l'écoulement à travers la glotte : mesures sur cordes vocales oscillantes in-vitro*, Thesis, R-1587-A, direction Hirschberg A., Juin 2002.
- [19] Hofmans G.C.J. : *Vortex sound in confined flows.*, Library Technische Universiteit Eindhoven, 1998.
- [20] Ishizaka K., Matsudaira, Kaneto T. : *Input acoustic impedance measurement of the subglottal system*. J. Acoust. Soc. Am, 60 : 190-197, 1976.
- [21] Ishizaka K., Flanagan J.L. : *Synthesis of voiced sounds from a two-mass model of the vocal cords*. Bell Syst Tech J., 51 : 1233-1267, 1972.
- [22] Cullen J.S., Gilbert J., Campbell D.M. : *Brass instruments, linear stability analysis and experiments with an artificial mouth*. Acta acustica, 86 : 704-724, 2000.
- [23] Lous N.J.C., Hofmans G.C.J., Veldhuis R.N.J., Hirschberg A. : *A symmetrical two-mass vocal-fold model coupled to vocal tract and trachea, with application to prosthesis design*. Acta acustica, 84 : 1135-1150, 1998.
- [24] Liljencrants J. : *communication privé*, 1993.
- [25] Van Heijst G.J, van Dongen M.E.H. en Schram P.P.J.M. : *Fysische Transportverschijnselen, deel 1*, dictaat TU/e (199??).
- [26] Hirano M. : *Structure and vibratory behaviour of the vocal folds. Dynamic aspects of speech production*, dit par Sawashima M. et Cooper F.S., University of Tokyo, 13-27, 1977.
- [27] Fant G. : *Acoustic theory of speech production*, Mouton&Co, 1960.
- [28] Schlichting H. and Gersten K. : *Boundary layers theory*, Springer Verlag, 6<sup>th</sup> edition, 1999.
- [29] Luo X.Y., Pedley T.J., : *The effects of wall inertia on flow in a two-dimensional collapsible channel.*, J. Fluid Mech., 363 : 253-280, 1988.
- [30] Van Zon J., Hirschberg A., Gilbert J., Wijnands A.P.J. : *Flow through the reed channel of a single reed music instrument*, 1er Congrès français d'Acoustique, 1990, Colloque de Physique, Supplément au Journal de Physique FASC.2, C2 (19990), p 821-824.
- [31] Antunes J., Piteau P. : *A nonlinear model for squeeze-film dynamics under axial flow*, ASME Pup, Symposium on flow-induced, Atlanta, July 22-26, 2001.
- [32] Axisa F. : *Modélisation des systèmes mécaniques, tome 4 : Vibrations sous écoulements*, Hermès Science, 2001

- [33] Gilbert J., Ponthus S., Petiot J.F. : *Artificial buzzing lips and brass instruments : experimental results.* J. Acoust. Soc. Am, 104 : 1627-1632, 1998.
- [34] Rothenberg M. : *Acoustic interaction between the glottal source and vocal tract.* Proceeding of the Kurume Vocal Fold Physiology Conference, K.N. Stevens and N.Hirano editors. University of Tokyo Press, 305-328, 1981.
- [35] S.J. Elliott, J.M. Bowsher : *Regeneration in brass wind instruments.* J. Sound Vib., 83 : 181-217, 1982.
- [36] Alipour F., Titze I.R. : *Combined simulation of two dimensionam airflow and vocal fold vibration.*, Davis P.J., Fletcher N.H. eds. Singular Pub. Group, San Diego, 17-29, 1996.

# Annexe E

## Nomenclature

$p$  la pression.

$p_0$  la pression moyenne, ou pression atmosphérique,  $10^5$  Pa. Référence du zéro de pression dans nos mesures.

$p'$  les variations de pression, très petites par rapport à la pression atmosphérique  $p_0$ .

$p_t$  la pression de phonation, dite aussi subglottique ou pression de la trachée. Mesurée avec un capteur de type Kulite pendant nos expériences.

$p_g$  la pression dans la glotte. Mesurée au point de constriction maximale (col) pour les lèvres rondes et les lèvres à gaussiennes, et en  $x=8\text{mm}$  pour le canal à hauteur uniforme.

$p_s$  la pression au point de séparation (minimum de pression).

$p_v$  la pression dans le conduit vocal, en aval.

$p_j$  la pression dans le jet final.

$c_0 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s$  la vitesse de propagation du son,  $350 \text{ m.s}^{-1}$ .

$\vec{u}$  le vecteur vitesse, de composantes (u,v,w).

$u_0$  la vitesse de l'écoulement au col.

$u_e$  la vitesse uniforme, sans frottement visqueux (écoulement principal).

$u_j$  la vitesse dans le jet final.

$h$  l'ouverture au col de la glotte.

$h_{min}$  ouverture minimale au col de la glotte lors des oscillations pour les mesures expérimentales dynamiques.

$h_t$  la hauteur de la trachée.

$h_v$  la hauteur du conduit vocal.

$h_s$  la hauteur au point de séparation.

$L$  la longueur des cordes vocales, ou conduit glottique, dans la direction de l'écoulement.

$L = 2\text{cm}$  dans nos expériences.

$L_g$  la longueur transversale des cordes vocales.  $L_g = 3\text{cm}$  dans nos expériences.

$V_p = 0,68\text{m}^3$ , volume du grand réservoir (source de pression d'air).

$R = 2\text{mm}$  rayon de courbure à l'entrée du canal de hauteur uniforme, ainsi qu'en entrée et sortie des lèvres à gaussiennes.

$\rho_0$  la densité moyenne de l'air,  $1,2 \text{ kg m}^{-3}$ .

$\rho'$  les variations de densité, très petites par rapport à la densité moyenne de l'air  $\rho_0$ .  
 $\mu$  la viscosité dynamique de l'air,  $1,8 \cdot 10^{-5}$  Pa.s (supposée constante dans nos expériences).  
 $\nu$  la viscosité cinématique avec  $\nu = \frac{\mu}{\rho} = 1,5 \cdot 10^{-5} m^2 \cdot s^{-1}$ .  
 $T_0$  la température moyenne, 310 K.

$\Phi_v$  flux volumique.

$\lambda = c/f$  la longueur d'onde.

$f$  la fréquence d'oscillation.

$f_0$  la fréquence fondamentale de phonation.

$Re_h = \frac{\rho u_0 h}{\mu}$ , le nombre de Reynolds, défini sur la hauteur.

$Sr_L = \frac{fL}{u_0}$ , le nombre de Strouhal.

$Pr = \frac{a}{\nu}$ , le nombre de Prandtl, rapport du coefficient de diffusion de la chaleur  $a$  et de la viscosité  $\nu$ .

$M = u_0/c_0$ , le nombre de Mach.

$He_L = \frac{L}{\lambda}$ , le nombre de Helmholtz.

$Fr = \frac{u_0^2}{gL}$ , le nombre de Froude.

$\delta$ , l'épaisseur de couche limite.

$\delta_1$ , l'épaisseur de déplacement, définie par :  $\delta_1 = \int_0^\delta (1 - \frac{u}{u_e}) dy = \frac{1}{2} \int_0^h (1 - \frac{u}{u_e}) dy$ .

$\delta_{1,s}$ , l'épaisseur de déplacement de couche limite au point de séparation.

$\delta_2$ , l'épaisseur de quantité de mouvement, définie par :

$$\delta_2 = \int_0^\delta \frac{u}{u_e} (1 - \frac{u}{u_e}) dy = \frac{1}{2} \int_0^h \frac{u}{u_e} (1 - \frac{u}{u_e}) dy$$

$H = \frac{\delta_1}{\delta_2}$  facteur de forme utilisé avec les équations intégrales de Von Kàrmàn.

$\lambda = \frac{\delta_2^2}{\nu} \frac{du_e}{dx}$ , le paramètre de forme utilisé dans la résolution des équations de Von Kàrmàn.

$S = \frac{\tau_0 \delta_2}{\rho \nu u_e}$  facteur de forme utilisé dans la résolution des équations de Von Kàrmàn.

$F(\lambda) = \frac{u_e}{\nu} \frac{d\delta_2^2}{dx}$  fonction proposée par Thwaites pour résoudre les équations de Von Kàrmàn.

$\tau_0$  la contrainte pariétale :  $\tau_0 = \rho \nu \frac{\partial u}{\partial y} |_{y=0}$

$\vec{\sigma}$  le tenseur des contraintes dues à la viscosité du fluide.

$\vec{g}$  l'accélération due à la gravité.

La notation  $\nabla$  est utilisé pour les calculs de gradient, divergence et rotationnel :

- $\nabla x$  : gradient de x.
- $\nabla \cdot x$  : divergence de x.
- $\nabla \times x$  : rotationnel de x.