

## Estimation de profils de vitesses

C. Segoufin, B. Fabre  
 Laboratoire d'Acoustique Musicale, UPMC, 11 rue de Louvain 75015 Paris  
 P.-Y. Lagree, K. Goormann  
 Laboratoire de Modification Mécanique, Boite 162, UPMC, 4 Place Jussieu 75252 Paris  
 J. van den Tilting  
 Université Technique d'Eindhoven, postbus 513, 5300 MB Eindhoven, Hollande

**Résumé :** Un jet soumis à un champ acoustique transverse propage des perturbations dont les coefficients d'amplifications sont fortement liés au profil de vitesse du jet en son point de formation (lumière d'un canal). Dans un premier temps, l'instabilité du jet est étudiée pour différents profils de vitesse. La géométrie du canal de formation du jet va être déterminée pour le profil de vitesse en sortie. Plusieurs techniques (mesures au fil chaud, simulations numériques) sont ensuite présentées pour permettre la détermination du profil de vitesse du jet en sortie de canal, en fonction de la géométrie du canal.

### Introduction

La production du son dans les instruments de type flûte à bec est le résultat de l'interaction entre un jet d'air issu d'un canal et un champ acoustique provenant d'un résonateur. Le jet est intrinsèquement instable et sous l'effet d'un champ acoustique, il va se trouver perturbé (réceptivité) et il va amplifier cette perturbation en la propageant (instabilité). Le comportement du jet (instabilité et réceptivité) est étroitement lié à son profil de vitesse à la sortie du canal (lumière) [Blak83]. C'est en effet là que se concentre l'interaction entre le champ acoustique transversal et le jet.

Selon les facteurs, le choix des caractéristiques géométriques du canal (en particulier longueur, convergence...) est crucial du point de vue des possibilités de jeu et de la qualité du son produit. Les choix effectués se répartissent sur le profil de vitesse de l'écoulement dans le canal, juste avant la lumière. Le profil de vitesse du jet à la lumière est intimement lié au profil dans le canal juste avant la séparation, même si cette relation n'est pas connue analytiquement. Ainsi, à une géométrie de canal donnée va correspondre un profil de vitesse de jet particulier à la lumière et donc un comportement de jet original. L'étude de l'influence de la modification du profil géométrique du canal de formation du jet nous a ainsi amené à estimer le profil de vitesse du jet à la lumière.

Des mesures sur un instrument avec deux longueurs possibles de canal ont pu être interprétées par des hypothèses faites sur le profil de vitesse du jet [Seg00]. Plusieurs autres techniques sont comparées ici - mesures au fil chaud, simulation numérique de Type Navier-Stokes (NS) ou de Type Reduced Navier Stokes (RNS) - et les premiers résultats obtenus sont présentés.

### Position du problème

Si on suppose un écoulement uniforme (profil de vitesse carré) en entrée de canal, ce profil va se modifier en s'éloignant de la paroi et l'écoulement parcourt le canal et que les couches limites se développent, par action de la viscosité sur les murs. A la lumière, l'angle formé par la paroi étant un point singulier, l'écoulement se sépare de la paroi et un jet est formé. Le profil de vitesse du jet va alors évoluer rapidement et va s'étrécir en s'éloignant, par entraînement de l'air environnant sous l'action de la viscosité. Bickley [Bick37] a montré que pour un écoulement provenant d'une fente infiniment petite, le jet s'étale jusqu'à prendre un profil de vitesse de la forme :

$$U(y) = U(x,0) \operatorname{sech}^2(y/b(x))$$

(y est l'axe perpendiculaire à l'axe de propagation x) où  $2b(x)$  mesure la largeur du jet à la position x.

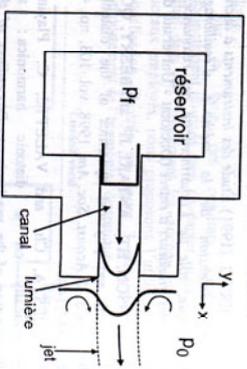


Figure 1 - A la lumière, le profil de vitesse du jet formé est étalé et élargi par rapport à celui de l'écoulement dans le canal. L'air environnant est entraîné.

Le jet formé est intrinsèquement instable, et va être particulièrement sensible à son point de décollement à la perturbation due au champ acoustique transversal. Cette

perturbation va alors se propager en s'amplifiant le long du jet et celui-ci va se mettre à osciller de part et d'autre du biseau. Pour un jet 2D semi-infini, les solutions ondulatoires sinusoïdales de la perturbation sont de la forme :

$$w' = \varphi(y) e^{i(\omega t - \alpha x)}$$

où  $w'$  est la fonction courant,  $\varphi'$  l'amplitude complexe,  $\omega$  la pulsation imposée et  $\alpha$  le nombre d'onde. Suivant les analyses de Verge [Verg94], on se place dans le cadre d'une analyse spatiale i.e.  $\omega$  réel et  $\alpha = \alpha_r + i \alpha_i$  complexe,  $\alpha_r$  représentant alors le coefficient d'amplification de la perturbation et  $\alpha_i$  sa vitesse de propagation sur le jet.

Des analyses théoriques portant sur des jets infiniment longs, et dont le profil de vitesse est supposé non évolutif, montrent que la dépendance en fréquence du coefficient d'amplification  $\alpha_r$  est étroitement reliée au profil de vitesse du jet  $U(y)$  [Blak83][Mat71]. Par conservation de la vorticitée pour un jet 2D semi-infini et incompressible, on obtient une relation de dispersion que l'on peut résoudre numériquement, pour un profil de vitesse et un nombre de Strouhal  $St_r = \omega b / U(0)$  donnés. [Mac05].

### Modèle élémentaire de profil de jet

Lorsqu'un profil de vitesse de Poiseuille est atteint en sortie de canal, il est d'usage d'approximer le profil de vitesse du jet à la lumière par un profil de Bickley. Le paramètre  $b$  est déterminé par conservation du moment (pas de forces extérieures) et van Zom [van00] a montré que la vitesse au centre  $U(0)$  est bien approximée par la formule de Bernoulli :

$$U(0) = \sqrt{2(p_0 - p_1) / \rho}$$

avec  $p_1$  pression d'alimentation,  $p_0$  masse volumique de l'air. Ces hypothèses sont basées sur le fait que la viscosité ne se fait sentir en première approximation que sur les couches externes du jet.

Au point de formation du jet, les mesures de Nolle [Nol83] ont montré que cette approximation de profil de vitesse de jet par un profil de Bickley n'est pas réaliste et qu'il convient de considérer un profil plus adapté à la lumière. Nolle suggère alors d'utiliser une famille de profils de vitesse de la forme :

$$U(y) = U(0) \operatorname{sech}^2(y/b^n)$$

où plus  $n$  est grand, plus le profil est aplati. Le couple de paramètres  $(n, b)$  est estimé en considérant trois hypothèses à la lumière :

1. conservation de la vitesse centrale du jet
2. conservation de la quantité de mouvement
3. hypothèse reposant sur l'idée que si le profil fondamental est modifié.

Cette méthode a été utilisée lors d'une précédente expérience portant sur l'étude de l'influence de la longueur de canal, et a donné des résultats intéressants quant à l'interprétation des comportements expérimentaux [Seg00].

La détermination du profil de vitesse de jet à la lumière peut donc permettre d'interpréter des résultats expérimentaux, éventuellement de prévoir les effets possibles de la modification de la géométrie du canal. Dans les fillets réels, on trouve généralement un canal long et convergent. Plusieurs types de convergences existent, principalement regroupées en deux catégories : le mur inférieur du canal reste droit, mais le mur supérieur est soit lentement convergent, soit incurvé.

Etudier l'influence de ces caractéristiques par l'expérimentation (visualisation, mesure de pression, mesure au fil chaud) est long et fastidieux, il serait intéressant de pouvoir faire une estimation du profil de vitesse du jet à la lumière. Plusieurs techniques sont envisageables : après un bref aperçu de la solution expérimentale par mesure au fil chaud, on développe plusieurs outils de simulation numérique.

### Mesure de profil de vitesse au fil chaud

Une technique expérimentale pour déterminer le profil de vitesse est la mesure au fil chaud à différentes distances de la lumière et pour différentes valeurs de Reynolds  $Re = U(0)h/\nu$  ( $h$  hauteur du canal,  $\nu$  viscosité cinématique de l'air). On fait traverser le jet par un fil micrométrique dont on mesure la variation de température induite par la vitesse locale de l'air sur le fil. Cette méthode présente l'inconvénient d'être intrusive et de perturber l'écoulement. De plus, elle ne permet pas de faire des mesures exactement à la lumière, mais légèrement après. Or comme on l'a vu précédemment, le profil de jet évolue très rapidement à cet endroit. De plus il n'est pas possible de mesurer le profil de l'écoulement interne, et la mesure du profil géométrique du canal nécessite de détruire l'instrument.

Cette technique a été utilisée à l'Université Technique d'Eindhoven sur une flûte à bec alto réelle, dont le profil de canal a été par la suite mesuré précisément : il s'agit d'un canal long, lentement convergent, présentant des arêtes de sortie biseautées (chanfreins). Les premiers résultats montrent que pour  $Re = 2000$ , le profil de vitesse devient plus adapté qu'un profil de Bickley. Il apparaît donc que la convergence du canal concourt à l'écoulement dans le canal [Jan99].

### Estimation du profil de vitesse par simulation numérique

La simulation numérique permet des estimations sur un grand nombre de géométries différentes ainsi que

