

Contrôle final de Thermique

EPU Mécaavenir GM3

17 février 09

2 heures, *tous documents autorisés*, Calculatrices autorisées

Problèmes de réchauffage et refroidissement d'un steak

Le sujet tourne autour de problèmes de transferts thermiques liés à la cuisson d'un steak dans une poêle. Les différentes parties sont indépendantes, on veillera à bien rédiger les réponses.

•Partie 1

Soit une poêle de diamètre $D = 20\text{cm}$ et d'épaisseur $e = 0.3\text{cm}$ en aluminium ($k_p = 237\text{W/m/K}$). Elle est posée sur plaque de cuisson électrique de même taille qui fournit une densité de flux $q = 1910\text{W/m}^2$. Un steak (conductivité $k_s = 0.45\text{W/m/K}$) est assimilé à un pavé d'épaisseur $e_s = 1\text{cm}$ de $w = 5\text{cm}$ sur $L = 8\text{cm}$. L'air au dessus de l'ensemble est au repos, à $T_{air} = 20^\circ\text{C}$, au loin. On prend comme coefficient d'échange $h = 25\text{W/m}^2/\text{K}$ (il y a une hotte).

On suppose que l'on est en régime permanent

- 1.1. Donner quelques arguments justifiant une modélisation monodimensionnelle
- 1.2. Justifier que le flux thermique traversant la plaque et le steak est constant, constater qu'il y a aussi un flux qui est perdu car il traverse la poêle mais pas le steak.
- 1.3. Calculer le flux de chaleur qui va être fourni par la plaque et qui va traverser la poêle et le steak.
- 1.4. Donner la valeur de la résistance thermique du steak.
- 1.5. Donner la valeur de la résistance thermique de la portion de poêle en contact avec le steak.
- 1.6. Donner la valeur de la résistance thermique de l'extérieur.
- 1.7. En déduire la température à la surface extérieure du steak.
- 1.8. En déduire la température à la surface de contact poêle / steak.

●Partie 2

On étudie maintenant la distribution de température le long du manche
Le manche de la poêle est porté à sa base (en $x = 0$) à une température $T_0 = 100^\circ\text{C}$. Le manche est assimilé à un parallélépipède de $L_m = 30\text{cm}$ de long, $w = 5\text{cm}$ de large et $a = 0.2\text{cm}$ d'épaisseur. Le coefficient d'échange est $h = 25\text{W}/\text{m}^2/\text{K}$, la température extérieure est $T_{air} = 20^\circ\text{C}$.

- 2.1. Quel est le périmètre et la surface de la section du manche?
- 2.2. Quelle est l'expression du flux conductif en x en $x + dx$ et du flux convectif en x sur une tranche dx .
- 2.3. Sur un schéma indiquer le flux conductif et le flux convectif, puis rappeler sans démonstration l'équation des ailettes.
- 2.4. On suppose en première approximation que le bout de l'ailette est adiabatique et donc que $T(x) = T_{air} + B \cosh(K(L_m - x))$ est la forme de la distribution de température, identifier A , B et K .
- 2.5. Montrer qu'en prenant le manche à 15cm du bord, la température est environ de 37°C .

●Partie 3

Le steak (de dimensions $e_s = 1\text{cm}$, $w = 5\text{cm}$ et $L = 8\text{cm}$), initialement chauffé à $T_0 = 100^\circ\text{C}$, est sorti de la poêle et posé sur une plaque à découper en bois. On suppose que cette plaque de bois est un bon isolant thermique. La température extérieure est $T_{air} = 20^\circ\text{C}$.

On se donne la capacité calorifique du steak $c_p = 3.5\text{kJ}/\text{kg}$ et $\rho = 1090\text{kg}/\text{m}^3$, $k = 0.45\text{W}/\text{m}/\text{K}$ on se donne un coefficient $h = 10\text{W}/\text{m}^2/\text{K}$ (on est loin de la hotte).

- 3.1. Quelle est la surface du steak exposée à l'air?
- 3.2. En calculant le nombre de Biot montrez que le steak peut être considéré comme un système mince.
- 3.3. En supposant que la température dans le steak reste uniforme et ne dépend que du temps, écrire l'équation de bilan thermique pour ce steak refroidi par convection naturelle.
- 3.4. Quelle est la constante de temps (en minutes) de ce système?
- 3.5. Exprimer l'expression de la température en fonction du temps et des données du problème.
- 3.6. Au bout de combien de temps le steak est il à 37°C , à 23.5°C ?

Correction

• Partie 1

1.1 On fait une simplification 1D, la température varie manifestement avec la hauteur, on suppose que le flux est vertical. On néglige tous les effets de bords.

1.2. Le flux est constant, c'est l'équation de la chaleur 1D. On néglige les effets 3D au bord du steak.

1.3. le flux qui traverse la surface en vis à vis avec le steak ($S_s = wL = 40cm^2$ surface du steak) est $\dot{Q} = 1900S_p = 7.64W$

1.5., $R_s = e_s/(k_s S_s) = 5.556$

1.6. $R_p = e_p/(k_p S_s) = 0.00316$

1.7. $R_e = 1/(h S_s) = 10$

1.8. $T_{sup} = T_{air} + \dot{Q}R_e = 96.4^\circ C$.

1.9. $T = T_{sup} + \dot{Q}R_s = 97.76^\circ C$.

Remarque: en tenant compte des phénomènes d'évaporation de l'eau, on arriverait à des températures de l'ordre de 80 °C qui seraient plus réalistes.

• Partie 2

2.1. périmètre $2(a + w)$ et surface aw .

2.2 Flux convectif $-k_p \frac{dT}{dx}(aw)$. Flux convectif $-h2(a + w)(T - T_{air})dx$

2.4. Le bilan de ce qui rentre en x , sort en $x + dx$ et sur les bords de la tranche donne l'équation des ailettes: $\frac{d^2T}{dx^2} - 2h \frac{(1+a/w)}{k_p a} (T - T_{air})dx$

$T = T_{air} + (T_0 - T_{air}) \cosh(\frac{L_m - x}{\ell}) / \cosh(\frac{L_m}{\ell})$ avec $\ell = \sqrt{k_p a / (1 + a/w) / 2 / h_c} = 9.5cm$. On a bien $T(0) = 100^\circ C$, $T(0.15) = 37.3^\circ C$ et $T(0.25) = 27.8^\circ C$.

• Partie 3

3.1 Surface supérieure et côtés $S = wL + e_s * (2w + 2L)$, la surface inférieure est isolée.

3.2 $e_s h / k = 0.2$ est inférieur à 1. On peut considérer que le système est mince.

3.3 $\rho c_p (e_s w L) \frac{dT}{dt} = -h S (T - T_{air})$, soit $\tau \frac{dT}{dt} = -(T - T_{air})$

avec $\tau = \rho c_p (e_s w L) / (h (w L + e_s * (2w + 2L))) = 38min$

3.4 après intégration: $\frac{T - T_0}{T_0 - T_{air}} = e^{-t/\tau}$. Pour environ 60 min on a 37°C, et pour environ 2 h on a 23.5°C.