Contrôle final de Thermique,

GM3C

mars 08

2heures, *tous documents autorisés* Calculatrices autorisées

Problèmes de refroidissement d'un ordinateur

On se donne un ordinateur qui dissipe une certaine puissance, on va examiner quelques problèmes thermiques associés. Les différentes parties sont indépendantes, on veillera à bien rédiger les réponses.
Les deux dernières questions de chaque partie (avec une étoile) sont facultatives (à aborder si le temps le permet).

•Partie 1)

Une des cartes informatique fait $L_m = 20cm$ par $W_m = 15cm$, la carte à un c_p moyen, une densité ρ moyenne et une épaisseur $e = 5mm$ moyenne très faible ($e << W_m$). Elle dissipe une puissance totale de P =10W, sachant que le coefficient de convection naturelle dans ce cas particulier peut être estimé par la formule suivante,

$$h_{conv} = 1.4\left(\frac{T_c - T_{air}}{W_m}\right)^{1/4}$$

On va déterminer sa température en fonction de la température de l'air qui la contourne.
On fait ici une analyse globale de la carte, on suppose que sa température est la même dans tout son volume. On suppose que la température dépend du temps, on la note $T_c(t)$.

1) Quelle est la surface totale approchée de la carte? Son Volume?
2) Quel est le flux total de convection à la surface de la carte?
3) Ecrire la variation par rapport au temps de l'énergie interne moyenne de la carte supposée à température uniforme dans la carte $T_c(t)$.
4) Faire le bilan d'énergie complet en introduisant la puissance dissipée par la carte et le refroidissement par convection naturelle. Obtenir l'équation de variation de l'énergie interne par rapport au temps de la carte.
5) En régime permanent la température ne varie plus, en déduire l'écart de

température entre la carte et l'air qui l'entoure en fonction de la puissance P fournie continuellement.
6) Quelle est la valeur numérique de l'écart de température?
7*) On coupe l'alimentation électrique, montrer que l'équation de variation de l'énergie est de la forme (identifier B):

$$\frac{dT_c}{dt} = -B(T_c - T_{air})^{5/4}$$

8*) Vérifier que la solution pour la température en fonction du temps est :

$$T_c(t) = T_{air} + 4^4 B^{-4}(t + t_0)^{-4}$$

si $\rho = 1300 kg/m^3$; $c_p = 1500 J/kg/°C$ et $T_{air} = 20°C$, valeur de B?

•Partie 2)

L'ordinateur (en cours de fonctionnement) de surface au sol $S = 20cm * 50cm$ est posé au temps $t = 0$ sur une table, on suppose qu'à la surface de contact ordinateur/ table la température est alors imposée et vaut T_b. L'épaisseur de la table est $e = 2cm$. La température de la pièce est $T_{amb} = 18°C$. La table est en bois de capacité calorifique $c_p = 2.8 kJ/kg/°C$ de conductivité thermique $k_b = 0.15 W/(m°C)$, $\rho = 640 kg/m^3$initialement la table est à la température T_{amb}. L'air ambiant refroidit le dessous de la table avec un certain coefficient d'échange h_b
Dans cette question, la température varie *a priori* en x et en t, x représente la profondeur sous l'ordinateur, $x = 0$ est la surface supérieure de la table (où est posée la machine), $x = e$ est la surface inférieure de la table (à l'air).
1) Ecrire l'équation de la chaleur instationnaire pour le bois sous l'ordinateur en faisant l'approximation 1D
2) Quelles sont les conditions aux limites pour la température en haut de la table (en $x = 0$) et en dessous du plateau de la table (en $x = e$).
3) Quelle est la température dans la table initialement?
4) Si on suppose que le coefficient d'échange est très grand, quelle est la température en $x = e$ (on garde cette hypothèse jusqu'à la question 9*)).
5) Quel est l'ordre de grandeur du temps au bout duquel on va obtenir une solution stationnaire?
6) On suppose que l'on a atteint cette solution stationnaire, que devient l'équation de la chaleur.

7) La résoudre et tracer la température en fonction de x pour $0 < x < e$.
8) Quelle est la résistance thermique de la portion de table considérée?
9*) On suppose que h_b n'est pas très grand, quel est le flux de convection en $x = e$
10*) En déduire $T(x = e)$ en fonction de T,T_{amb}, h_b et k_b.

•Partie 3)

Le microprocesseur est recouvert de N ailettes ($N = 20$), en première approximation chaque ailette a pour longueur L, a pour épaisseur a, avec $a << L$ et pour largeur w, avec $w >> a$. On suppose de plus que l'ailette est très très longue. Chaque section est constante et a pour surface aw.
On note h le facteur d'échange, et $T_p(x)$ la température de l'ailette. On note T_0 la température du microprocesseur et T_{ext} la température ambiante.

1) Que représente h?
2) Rappeler les hypothèses permettant d'aboutir à l'équation des ailettes (on ne ré établit pas cette expression, on demande simplement les hypothèses):

$$\frac{d^2T_p(x)}{dx^2} - \frac{2h}{ka}(T_p(x) - T_{ext}) = 0.$$

3) Quelles sont les conditions aux limites pour cette équation?
4) On rappelle que l'ailette est très très longue. Démontrez que la solution est de la forme

$$T_p(x) = T_{ext} + T_{dif}exp(-Kx).$$

identifier K et T_{dif} (on rappelle que $\frac{dexp(x)}{dx} = exp(x)$)
5) Calculer la densité de flux en $x = 0$.
6) En déduire le flux total sortant en $x = 0$ pour une ailette (de section aw). En supposant qu'il y a N ailettes, quel est le flux total?
7) Application numérique, on donne $\dot{Q} = N\sqrt{2khaw^2}(T_0 - T_{ext})$, et $k = 237W/(mK)$, $a = 1mm$ $w = 5cm$, $h = 200W/(m^2K)$, $N = 20$ $T_{ext} = 20°C$ $T_0 = 40°C$. Calculer le flux total.
8*) En réalité le flux dissipé est de 100 W, quelle est la température T_0 associée?
9*) Sachant que $exp(-2.3) = 0.1$, quelle est la longueur minimale de l'ailette pour que l'on puisse considérer qu'elle est infinie (à 10 % près)? Est ce le cas dans un ordinateur?

1 Correction

• Partie 1)

1) L'aire de la carte $A = 2 * (0.15 * .2) = 0.06m^2$ (on néglige la surface lattérale), attention au facteur 2 le volume est eA 0.15e-3

2) La densité de flux est $h_{conv}(T_c - T_{air})$, le flux total est obtenu en multipliant par l'aire totale, donc $\dot{Q} = h_c A\big(\frac{T_c - T_{air}}{W_m}\big)^{1/4}$ avec $(h_c = 1.4)$

3) la variation d'énergie interne est $\rho c_p e A \frac{dT}{dt}$

4) La variation d'énergie interne est égale au flux perdu à la surface plus la puissance fournie par le courant électrique par effet Joule dans les circuits. $\rho c_p e A \frac{dT}{dt} = -\dot{Q} + P$

5) A l'équilibre on a $P = \dot{Q}$, donc

$A h_c (T_c - T_{air})\big(\frac{T_c - T_{air}}{W_m}\big)^{1/4} = P$, soit $(T_c - T_{air}) = \frac{P^{4/5}\sqrt[5]{W}}{A^{4/5}{h_c}^{4/5}}$

6) Avec 10W on trouve 31.3°C

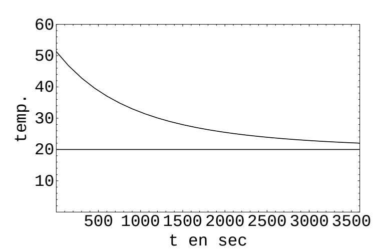
7 et 8) On coupe la puissance fournie P, il ne reste alors que le bilan de refroidissement de la carte:

$$\rho c_p e A \frac{dT}{dt} = -2 W_m L_m h_c (T_c - T_{air})\big(\frac{T_c - T_{air}}{W_m}\big)^{1/4}$$

ce qui donne $B = 2 h_c {W_m}^{-1/4}/(\rho c_p e)$ et donc $\frac{dT_c}{dt} = -B(T_c - T_{air})^{5/4}$ on vérifie que si $T_c = T_{air} + 4^4 B^{-4}(t + t_0)^{-4}$, alors

$$dT_c/dt = -4^5 B^{-4}(t + t_0)^{-5} = -B(4^{-1}B(t + t_0))^{-5} = -B(T_c - T_{air})^{5/4}$$

c'est la bonne dépendance en temps. Il faut ensuite ne pas oublier que pour $t = 0$, la température est connue: $T_c(0) = T_a + \frac{P^{4/5}\sqrt[5]{W}}{A^{4/5}{h_c}^{4/5}}$ On évalue numériquement $B = 0.000462$ et comme pour $t = 0$ on $T_c = 20 + 31.3°C$ on a $t_0 = 3664.7$. On peut ensuite tracer le refroidissement de la carte en fonction



du temps. En 1 heure, la carte se refroidit de 51.3°C à 20°C.

• Partie 2)

1) On a ici un classique problème de "mur". L'équation de la chaleur:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

2) En $x = 0$ on a $T = T_b$ en $x = e$ on a $-k\frac{\partial T}{\partial x} = h_b(T - T_{amb})$
3) Initialement la température vaut T_{amb}.
4) Si l'échange est très bon, on a $T(x = e) = T_{amb}$.
5) L'ordre de grandeur de ce temps est $\rho c_p e^2/k$, numériquement 4800s. Il faut de l'ordre d'un heure et demie pour atteindre le régime permanent.
6) Reste $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$
7) On a le profil linéaire simple $T = T_b + (x/e)(T_{amb} - T_b)$
8) Résistance thermique $R = \frac{e}{kS} = 1.33°C/W$
9) en $x = e$ on a $-k\frac{\partial T}{\partial x} = h_b(T - T_{amb})$
comme $\frac{\partial q}{\partial x} = 0$, q est constant, donc
$q = -k(T(x = e) - T_b)/e = h_b(T(x = e) - T_{amb})$, donc
$T(x = e) = \frac{T_b + (h_b e/k)T_{amb}}{1+(h_b e/k)}$.

On retrouve, si $(h_b e/k) >> 1$ que $T(x = e) = T_{amb}$.

• Partie 3)

3) En $x = 0$ on a $T_p = T_0$ au loin comme l'ailette est très longue, on a $T_p = T_{ext}$.
4) On substitue comme $T' = -KT_{dif}exp(-Kx)$ donc $K^2 - 2h/(ka) = 0$ soit $K = \pm\sqrt{2h/(ka)}$. Les conditions aux limites donnent en x grand que $K > 0$ donc $K = \sqrt{2h/(ka)}$. Et en $x = 0$, $T_p = T_0$ donc $T_{dif} = (T_0 - T_{ext})$.
5) La densité de flux en $x = 0$ est $-k\frac{dT}{dx} = \sqrt{2kh/(a)}(T_0 - T_{ext})$
6) Le flux total est aw fois la densité de flux $N\sqrt{2khaw^2}(T_0 - T_{ext})$
On trouve 195W, passer à une température extérieure de 25°C fait passer le flux à 150W
Si le proc est à 30.3°C et l'extérieur à 25, le flux est de 100W.
Longueur utile L_a de l'ailette, on veut que $e^{\sqrt{2h/(ka)}L_a} = e^{-2.3} = 0.1$ donc la longueur est 5.6 cm. Un peu long, en fait la temparature en bout d'ailette de PC n'est pas la température extérieure.