

Réduction de modèle et contrôle en couche limite décollée, au moyen de modes globaux

Jérôme Hoepffner¹, Espen Åkervik², Uwe Ehrenstein¹, & Dan Henningson²

¹ IRPHÉ, Marseille, ² Linné flow center, KTH Stockholm.

Résumé :

Nous utilisons les modes globaux bi-dimensionnels comme base de projection pour étudier la dynamique et en tant que modèle réduit pour contrôler un prototype de couche limite décollée. Une zone de recirculation est induite dans une couche limite par la présence d'une cavité. Une étude de croissance transitoire optimale montre que la famille de modes globaux fortement non-normaux est capable de représenter la croissance convective d'une perturbation initiale localisée. De plus, un modèle réduit de l'écoulement construit en projetant les équations de Navier-Stokes sur ces modes globaux permet de décrire correctement la dynamique. Nous utilisons ce modèle linéaire dans une procédure de contrôle optimal en boucle fermée, avec une sonde et un actionneur, et montrons que l'écoulement peut être stabilisé.

Abstract :

Two-dimensional global eigenmodes are used as a projection basis both for analysing the dynamics and building a reduced model for control in a prototype separated boundary layer flow. In the present configuration, a high aspect ratio smooth cavity-like geometry confines the separation bubble. Optimal growth analysis using the reduced basis shows that the sum of the highly non-normal global eigenmodes are able to describe a localized disturbance. Subject to this worst-case initial condition, a large transient growth associated with the development of a wavepacket along the shear layer followed by a global cycle related to the two unstable global eigenmodes is found. The flow simulation procedure is coupled to a measurement feedback controller, which senses the wall shear stress at the downstream lip of the cavity and actuates at the upstream lip. A reduced model for the control optimization is obtained by a projection on the least stable global eigenmodes, and the resulting linear-quadratic-gaussian controller is applied to the Navier-Stokes time integration. It is shown that the controller is able to damp out the global oscillations.

Mots-clefs :

Modes globaux, croissance transitoire, réduction de modèle, contrôle optimal.

1 Introduction

Pour répondre à la demande de moyens de transports moins coûteux en énergie et plus respectueux de l'environnement, ainsi que pour améliorer les performances des écoulements industriels, les géométries des écoulements évoluent. Le contrôle actif des écoulements ouvre de nouvelles possibilités dans l'évolution de ces écoulements, car il permet d'agir au niveau des procédés dynamiques. On peut par exemple réduire les instabilités sur les ailes d'avion de sorte à retarder la transition à la turbulence et ainsi réduire la traînée. On peut également interrompre les mécanismes qui donnent naissance à un fort rayonnement acoustique.

Pour agir sur un écoulement, il est nécessaire de pouvoir bien le décrire. Depuis longtemps, des méthodologies de contrôle sont utilisées qui se basent sur une modélisation heuristique des processus dynamiques. On peut par exemple introduire une onde en opposition de phase à une onde instable de sorte à réduire son amplitude par superposition linéaire. Il est cependant possible de modéliser la dynamique des écoulements directement par les équations de Navier-Stokes. Cela permet l'utilisation de méthodes d'optimisation pour le contrôle.

Le contrôle en rétroaction suppose l'installation d'un capteur qui mesure une quantité de l'écoulement, par exemple la variation au cours du temps de la pression en un point stratégique à la paroi. Ce signal de mesure est traité par un contrôleur, et est réinjecté immédiatement dans l'écoulement grâce à un actionneur. Le système composé de l'écoulement, le capteur, l'actionneur, et le contrôleur est un nouveau système dont les propriétés dynamiques sont changées.

Lorsque la dynamique de l'écoulement est essentiellement linéaire — c'est le cas des instabilités — on peut modéliser l'écoulement grâce à un système linéaire. La construction du contrôleur se fait en deux étapes. Tout d'abord, le signal de mesure est injecté dans le modèle linéaire, pour être filtré afin d'obtenir une estimation du champ de vitesse de l'écoulement. Ce champ de vitesse estimé est alors utilisé pour obtenir un signal de contrôle qui commandera l'actionneur. La manière dont le signal de mesure est injecté dans le modèle numérique, ainsi que la manière dont le champ de vitesse est utilisé pour obtenir le signal d'action est décrit par deux fonctions linéaires qui sont optimisées, ce sont les *gains de rétroaction*. Pour l'optimisation, on définit une fonction objective de contrôle, par exemple la minimisation de l'énergie cinétique de l'écoulement. Les conditions d'optimalité pour l'estimation et le contrôle s'obtiennent alors par une technique de multiplicateurs de Lagrange, ce qui donne deux équations quadratiques matricielles, les équations de Riccati, qui seront résolues numériquement afin de d'obtenir les gains de rétroaction (voir Bewley & Liu (1993))

Une fois ces calculs effectués, le contrôleur peut être appliqué dans l'écoulement. En temps réel, le signal de mesure est extrait de l'écoulement, digitalisé, et traité numériquement par le biais du modèle dynamique. Le signal de contrôle obtenu est transformé en signal analogique, et réinjecté dans l'écoulement par l'actionneur.

Cependant, le modèle linéaire obtenu par discretisation des équations de Navier-Stokes aura un grand nombre de degrés de liberté, ce qui rend difficile d'une part les procédures d'optimisation, et d'autre part la simulation numérique en temps réel. Il faut donc réduire la dimension du modèle. Pour cela, nous pouvons projeter les équations dynamiques sur une base de fonctions de l'espace qui vont représenter au mieux les phénomènes dynamiques en jeu. L'écoulement qui nous intéresse dans cet article est globalement instable, les modes globaux les moins atténués sont susceptibles de bien représenter les phénomènes dynamiques.

L'augmentation de la puissance de calcul et de la mémoire des ordinateurs ainsi que l'utilisation de procédés itératifs associés aux espaces de Krylov permettent aujourd'hui de calculer numériquement les modes propres globaux pour des écoulements fortement non-parallèles. L'étude de stabilité par les modes globaux permet de rapprocher les deux phénomènes de l'instabilité convective et de la croissance transitoire. En effet, du point de vue local, un écoulement parallèle convectivement instable donnera lieu à un ou plusieurs modes propres (modes normaux) instables. Traité du point de vue global cependant, cet écoulement apparaîtra asymptotiquement stable, mais la sensibilité aux perturbations en amont due à l'instabilité convective se traduira en la possibilité de large croissance énergétique transitoire. La dynamique associée correspond à la propagation d'un paquet d'ondes initialement localisé en amont de l'écoulement, dont l'amplitude subira une forte croissance en se propageant vers l'aval. Cette possibilité de croissance énergétique transitoire est représentée du point de vue global par une forte non-orthogonalité des modes propres globaux.

Dans cet article, nous allons tout d'abord étudier les propriétés de stabilité d'un écoulement décollé de couche limite par le biais du calcul des modes globaux et de l'optimisation de la croissance transitoire. Nous utiliserons ensuite les modes globaux pour projeter les équations dynamiques afin de construire un contrôleur qui stabilisera l'écoulement Åkervik *et al.* (2007).

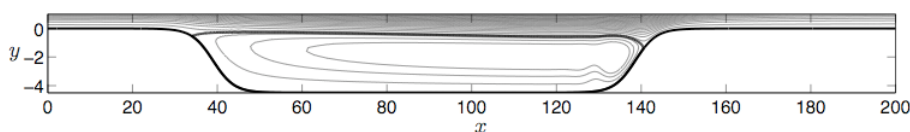


FIG. 1 – Lignes de courant de l'écoulement stationnaire dans la cavité. On observe une bulle de recirculation confinée dans la cavité par une couche de cisaillement. En amont et en aval, c'est un écoulement de couche limite.

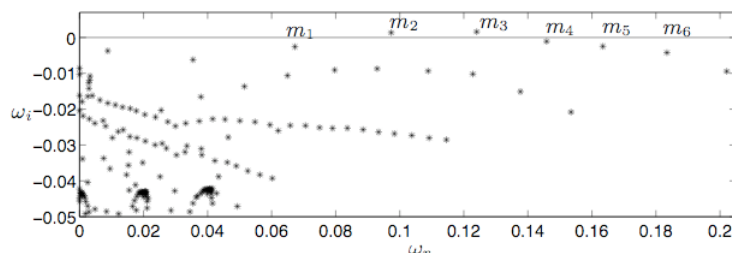


FIG. 2 – Valeurs propres correspondant à l'écoulement stationnaire dans la cavité.

2 Condition initiale optimale et croissance transitoire

L'écoulement est représenté sur la figure 1 par les lignes de courant de l'écoulement stationnaire pour $Re = 350$. Le nombre de Reynolds est basé sur la vitesse longitudinale de l'écoulement uniforme loin de la paroi et l'épaisseur de couche limite en amont de la cavité. L'état stationnaire a été obtenu par une technique de filtrage qui amortit les fréquences instables (Åker-*et al.* (2006)).

Nous calculons ensuite le spectre par la méthode de Krylov. Pour cela nous calculons numériquement les modes propres du système projeté sur l'espace de Krylov de dimension approximativement 500 associé à l'inverse de l'opérateur dynamique linéarisé autour de l'écoulement stationnaire. Le spectre ainsi obtenu est représenté sur la figure 2. On observe deux modes instables m_2 et m_3 .

Les fonctions propres les moins atténuées, $m_1 - m_6$ sont représentées sur la figure 3. Ils correspondent à une instabilité convective de type Kelvin-Helmholtz le long de la couche de cisaillement, leur croissance spatiale est exponentielle. La fonction propre adjointe correspondant au mode propre le plus instable m_3 est également représentée. La localisation en amont du mode adjoint désigne la région en laquelle ce mode propre est sensible à un forçage externe.

Nous avons ensuite calculé par optimisation la conditions initiale pour laquelle l'écoulement subira la plus forte croissance énergétique transitoire. Ceci est réalisé par une décomposition en vecteurs singuliers de la matrice exponentielle associée à l'opérateur dynamique projeté sur les modes propres globaux calculés (voir Schmid & Henningson (2000)). L'évolution temporelle de l'énergie cinétique ainsi obtenue est représentée sur la figure 4. On observe une forte croissance initiale associée à la propagation d'un paquet d'onde en amont de la couche de cisaillement, puis un cycle oscillant superposé à la croissance exponentielle des deux modes propres instables. Les oscillations sont dues à la régénération du paquet d'onde en amont de la couche de cisaillement. En effet, après avoir subi une forte croissance énergétique, le paquet d'onde induit une perturbation globale du champ de pression lorsqu'il atteint le bord aval de la cavité, qui va régénérer le paquet d'onde en amont. C'est ce phénomène de couplage amont-aval dû à la pression, qui vient transformer l'instabilité convective de type Kelvin-Helmholtz en instabilité globale.



FIG. 3 – a)-f) Vitesse verticale des modes propres les moins atténués de $m_1 - m_6$. g) : mode propre adjoint au mode le plus instable m_3 .

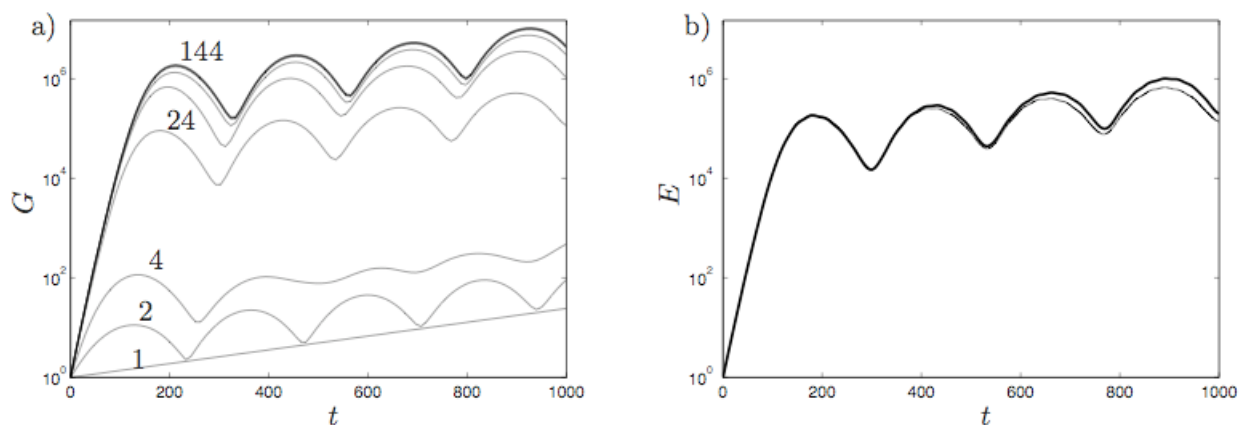


FIG. 4 – a) : Evolution de l'énergie cinétique pour la condition initiale optimale en incorporant 1,2,3 ...144 modes globaux lors de l'optimisation. b) : Comparaison DNS/modèle réduit

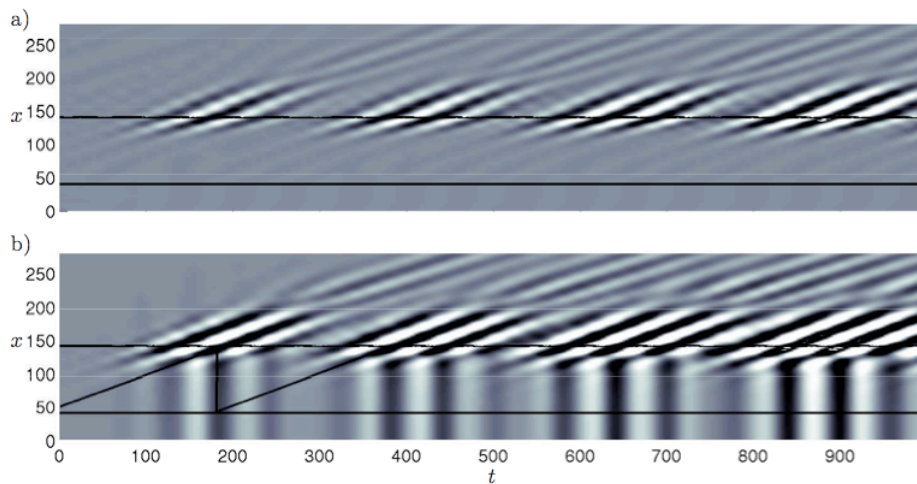


FIG. 5 – Diagram spatio-temporel en réponse à la perturbation initiale optimale. a) : vitesse verticale à $y = 2$, b) : pression à $y = 10$.

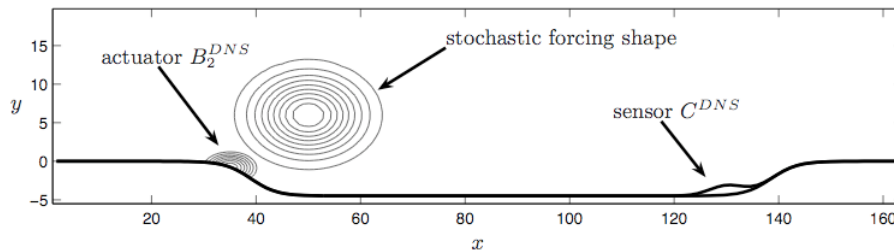


FIG. 6 – Positionnement de l'actionneur et du capteur en amont et en aval de la cavité

Ce phénomène est illustré sur la figure 5, par le biais d'un diagramme spatio-temporel de la vitesse verticale et pression pour y constant. On observe la propagation du paquet d'ondes, et la génération de perturbations globales de pression qui donnent naissance à un nouveau paquet d'ondes en amont.

3 Contrôle

Pour l'optimisation du contrôleur, nous projetons les équations de Navier-Stokes sur les modes propres les moins atténués. Nous positionnons un capteur qui mesure le frottement pariétal en aval de la cavité, ainsi qu'un actionneur qui effectue un forçage volumique localisé en amont de la cavité, comme schématisé sur la figure 6.

Le contrôleur, possédant un nombre réduit de degrés de liberté, est interconnecté avec une simulation numérique directe de l'écoulement. L'action stabilisatrice du contrôleur est illustrée sur la figure 7, où l'énergie cinétique de l'écoulement contrôlé est comparée avec l'évolution énergétique sans contrôle. Après la croissance initiale du paquet d'onde le long de la couche de cisaillement — sur laquelle nous ne pouvons pas agir — on observe une décroissance exponentielle de l'énergie, ce qui montre que le contrôleur a été capable de réduire la régénération du paquet d'onde en amont, et a ainsi interrompu le mécanisme d'instabilité globale.

Nous avons représenté l'évolution énergétique de l'écoulement contrôlé pour un contrôleur construit à partir de 25 modes et 4 modes. On observe que le contrôleur reste efficace malgré cette réduction extrême. C'est le signe que le contrôleur focalise sur le mécanisme principal d'instabilité qui est bien décrit par les modes propres globaux.

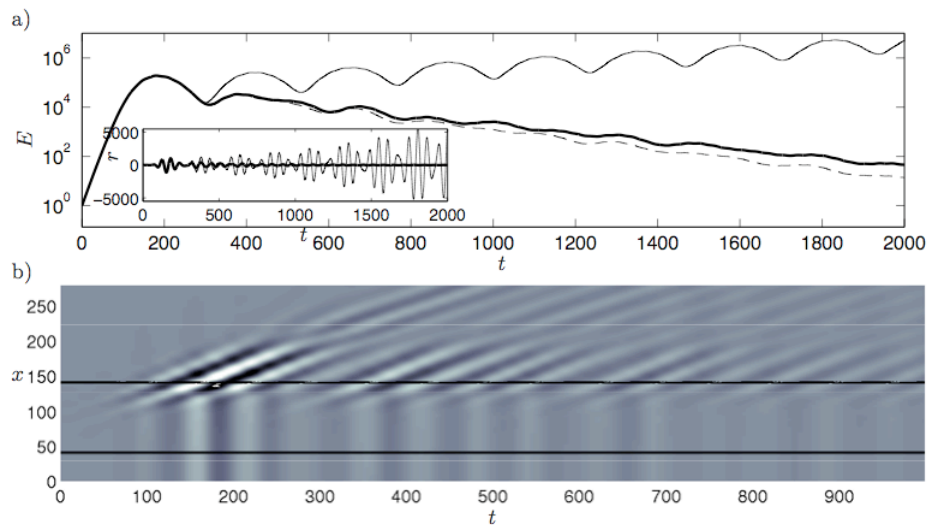


FIG. 7 – Performance du contrôleur. a) : Evolution de l'énergie cinétique avec et sans contrôle. Ligne épaisse : 25 modes, ligne pointillée : 4 modes (insert : comparaison du signal de mesure avec et sans contrôle). b) Diagramme spatio-temporel de la vitesse verticale avec contrôle.

Le diagramme spatio-temporel pour la vitesse verticale est également représenté avec contrôle, où l'on observe que le paquet d'onde est régénéré en amont, mais avec une amplitude plus faible, ce qui induit la stabilisation.

4 Conclusions

Nous avons montré pour un écoulement fortement non parallèle, comment les mécanismes d'instabilité convective donnent lieu à une instabilité globale due au couplage amont-aval par le biais de la pression. Nous avons calculé les conditions initiales optimales et montré que la dynamique de cet écoulement était bien représentée par les modes propres globaux les moins atténués. Le calcul d'un contrôleur optimal avec rétroaction a été rendu possible par la projection de la dynamique sur la famille des modes propres globaux. Ce contrôleur est capable d'interrompre le processus d'instabilité globale à l'aide d'un actionneur en amont et d'un capteur en aval de la cavité. Cette méthode de réduction de modèle offre de nombreuses ouvertures pour l'application du contrôle avec rétroaction en mécanique de fluides.

Références

- Åkervik, E. Brandt, L., Henningson, D., Hoepffner, J., Marxen, O., & Schlatter, P. 2006 Steady solutions of the Navier-Stokes equations by selective frequency damping *Phys. Of Fluids*, 18.
- Åkervik, E. Hoepffner, J., Ehrenstein, U., & Henningson, D. 2007 Optimal growth, model reduction and control in a separated boundary-layer flow using global modes *J. Fluid Mech.* in press.
- Bewley, T.R. & Liu, S. 1993 Optimal and Robust Control and Estimation of Linear Paths to Transition. *J. Fluid Mech.* **365**.
- Schmid, P. & Henningson, D. 2000 Stability and transition in shear flows *Springer*.